অধ্যায় ১২

দুই চলকবিশিষ্ট সরল সহসমীকরণ

MAIN TOPIC

- **সরল সমীকরণ:** একঘাত বিশিষ্ট সমীকরণকে সরল সমীকরণ বলে। যেমন:- $x + y = 6$
- **সরল সহসমীকরণ:** একই বৈশিষ্ট্যের দুই চলকবিশিষ্ট দুইটি সরল সমীকরণকে যখন একত্রে উপস্থাপন করা হয়, তাদের সরল সহসমীকরণ বলে। যেমন:- $2x + y = 3$ এবং $x + 3y = -6$

➢ একই বৈশিষ্ট্য বলতে একই ঘাত বুঝাচ্ছে।

➢ দুইটি সরল সহসমীকরণকে একত্রে সরল সমীকরণজোট বলে।

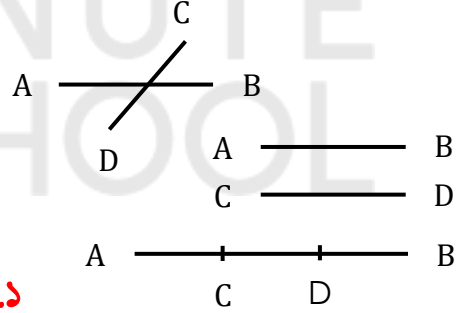
- **সমীকরণের সমাধান:** কোনো সমীকরণ তার চলকের যে মানের জন্য সিদ্ধ হয় তাকে সমীকরণের সমাধান বলে।

➢ সরল সমীকরণের লেখচিত্র সর্বদা সরলরেখা। দুইটি সরলরেখা পরস্পরকে কেবলমাত্র একটি বিন্দুতে ছেদ করে।

➢ দুইটি সরলরেখা নিম্নোক্তভাবে অবস্থান করতে পারে। যথা:

i. পরস্পরছেদী হতে পারে।

ii. পরস্পর সমান্তরাল হতে পারে।

iii. পরস্পর সমপাতিত হতে পারে।

অনুশীলনী-১২.১

- দুই চলকবিশিষ্ট সরল সমীকরণের সমাধান যোগ্যতা:

i. **সমঞ্জসতা:** কোনো সমীকরণজোটের সমাধান থাকলে সমীকরণজোটকে সমঞ্জস বলা হয়। সমাধান না থাকলে অসমঞ্জস বলা হয়।

ii. **নির্ভরশীলতা:** কোনো সমীকরণজোটের একটি সমীকরণকে অপর সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ করা গেলে সমীকরণজোটকে পরস্পর নির্ভরশীল বলে। একটির মাধ্যমে অপর সমীকরণকে প্রকাশ করা না গেলে সমীকরণজোট পরস্পর অনির্ভরশীল।

যেমন:- $\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x - 2y = 4 \end{cases}$ সমীকরণজোট নির্ভরশীল।

$\begin{cases} x - y = 2 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$ সমীকরণজোট অনির্ভরশীল।

iii. **সমাধান আছে (এবং কয়টি আছে)/নেই:** সমীকরণজোটের সমঞ্জসতা ও নির্ভরশীলতার উপর নির্ভর করে সমীকরণজোটের সমাধান আছে কি নেই, থাকলে কয়টি সমাধান আছে।

	সমীকরণজোট	সহগ ও ধ্রুবক পদের তুলনা	সমঞ্জস ও অসমঞ্জস	পরস্পর নির্ভরশীল/অনির্ভরশীল	সমাধান আছে (কয়টি)/নেই
i	$a_1x + b_1y = c_1$ $a_2x + b_2y = c_2$	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	সমঞ্জস	অনির্ভরশীল	আছে (একটিমাত্র)
ii	$a_1x + b_1y = c_1$ $a_2x + b_2y = c_2$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	সমঞ্জস	নির্ভরশীল	আছে (অসংখ্য)
iii	$a_1x + b_1y = c_1$ $a_2x + b_2y = c_2$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	অসমঞ্জস	অনির্ভরশীল	নেই

❖ যদি কোনো সমীকরণজোটে উভয় সমীকরণে ধ্রুবপদ না থাকে, অর্থাৎ $c_1 = c_2 = 0$ হয়, তবে :-

➢ $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ হলে, সমীকরণজোট সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সেক্ষেত্রে সমাধান থাকবে ১ টি।

➢ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$ হলে, সমীকরণজোট সমঞ্জস ও পরস্পর নির্ভরশীল। সেক্ষেত্রে অসংখ্য সমাধান থাকবে।

অনুশীলনী-১২.২

সরল সহসমীকরণের সমাধান:

সরল সহসমীকরণের সমাধানের ৪ টি পদ্ধতি নিম্নে উল্লেখ করা হলো।

i. প্রতিস্থাপন পদ্ধতি (Substitution Method)
ii. অপনয়ন পদ্ধতি (Elimination Method)
iii. আড়গুণন পদ্ধতি (Cross Multiplication Method)
iv. লৈখিক পদ্ধতি (Graphical Method)

i. **প্রতিস্থাপন পদ্ধতি:** কোনো সমীকরণজোটের একটি সমীকরণের একটি চলককে অপর চলকের মাধ্যমে প্রকাশ সেই মান অপর সমীকরণে প্রতিস্থাপন করে সমাধান বের করার পদ্ধতিকে প্রতিস্থাপন পদ্ধতি বলে।

উদাহরণ:- $\mathbf{2x + y = 8}$
$\mathbf{3x - 2y = 5}$

সমাধান:- $2x + y = 8 \ldots\ldots\ldots (i)$

$\Rightarrow y = 8 - 2x \ldots\ldots\ldots (ii)$

$3x - 2y = 5 \ldots\ldots\ldots (iii)$

(ii) ও (iii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$3x - 2(8 - 2x) = 5$

$\Rightarrow 3x - 16 + 4x = 5$

$$\Rightarrow 7x = 21$$

$$\Rightarrow x = \frac{21}{7} = 3$$

x এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$y = 8 - 2.3 = 2$$

$\therefore (x, y) = (3,2)$ (Ans)

ii. **অপনয়ন পদ্ধতি:** সুবিধামত একটি সমীকরণকে বা উভয় সমীকরণকে এরূপ সংখ্যা দিয়ে গুণ করতে হবে যাতে পরবর্তীতে সমীকরণজোট যোগ বা বিয়োগ করলে যেকোনো একটি চলক অপসারিত হয়। এরপর অবশিষ্ট চলকটির মান নির্ণয় করে তা সুবিধামত যেকোনো সমীকরণে বসিয়ে অপর চলকের মান নির্ণয় করা যায়। এটিকে অপনয়ন পদ্ধতি বলে।

উদাহরণ:- $\mathbf{2x + y = 8}$

$\mathbf{3x - 2y = 5}$

সমাধান:- $2x + y = 8 \ldots\ldots\ldots (i)$

$3x - 2y = 5 \ldots\ldots\ldots (ii)$

(i) নং সমীকরণকে 2 দ্বারা গুণ করে তার সাথে (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$$4x + 2y = 16$$

$$3x - 2y = 5$$

$(+)$ করে, $7x = 21$

$$\Rightarrow x = \frac{21}{7} = 3$$

x এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$2.3 + y = 8$$

$$\Rightarrow y = 8 - 6 = 2$$

$\therefore (x, y) = (3,2)$ (Ans)

iii. **আড়গুণন বা বজ্রগুণন পদ্ধতি:**

যদি, $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং

$a_2x + b_2y + c_2 = 0$ হয়, তবে,

$$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$ হবে।

x ও y এর এরূপ সম্পর্ক থেকে এদের মান নির্ণয়ের কৌশলকে আড়গুণন পদ্ধতি বলে।

প্রমাণ:

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0 \dots\dots (i)$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0 \dots\dots (ii)$$

(i) নং কে a_2 দ্বারা এবং (ii) নং কে a_1 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$a_1a_2x + a_2b_1y + a_2c_1 = 0 \dots\dots (iii)$$

$$a_1a_2x + a_1b_2y + a_1c_2 = 0 \dots\dots (iv)$$

(iii) নং থেকে (iv) নং বিয়োগ করে পাই,

$$a_2b_1y - a_1b_2y + a_2c_1 - a_1c_2 = 0$$

$$\Rightarrow y(a_2b_1 - a_1b_2) = a_1c_2 - a_2c_1$$

$$\Rightarrow y = \frac{a_1c_2 - a_2c_1}{a_2b_1 - a_1b_2}$$

$$\Rightarrow \frac{y}{a_1c_2 - a_2c_1} = \frac{1}{a_2b_1 - a_1b_2}$$

$$\Rightarrow \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1} \dots\dots (v)$$

আবার, (i) নং কে b_2 দ্বারা এবং (ii) নং কে b_1 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$a_1b_2x + b_1b_2y + b_2c_1 = 0 \dots\dots (vi)$$

$$a_2b_1x + b_1b_2y + b_1c_2 = 0 \dots\dots (vii)$$

(vi) নং থেকে (vii) নং বিয়োগ করে পাই,

$$x(a_1b_2 - a_2b_1) + b_2c_1 - b_1c_2 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1} \dots\dots (viii)$$

(v) ও $(viii)$ থেকে পাই,

$$\Rightarrow \frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

$\therefore x = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$ এবং $y = \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$ **(প্রমাণিত)**

মনে রাখার কৌশল-১:

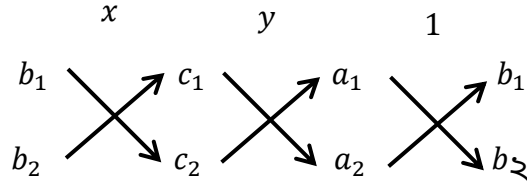
- হরে $ab - ab$ লিখে সহগগুলোতে 1221 numbering করতে হবে।
- x এর ক্ষেত্রে লবে $bc - bc$ লিখে সহগগুলোতে 1221 numbering করতে হবে।
- y এর ক্ষেত্রে $ca - ca \dots\dots$

উদাহরণ:- $2x + y = 8$
$3x - 2y = 5$

সমাধান:- $x = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1} = \frac{1\times5-(-2)\times8}{2\times(-2)-3\times1} = 3$

$y = \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_1b_2 - a_2b_1} = \frac{8\times3-5\times2}{2\times(-2)-3\times1} = 2$

$\therefore (x, y) = (3,2)$ (Ans)

মনে রাখার কৌশল-২:

অনুশীলনী-১২.৩

- **লৈখিক পদ্ধতিতে দুই চলক বিশিষ্ট সরল সহসমীকরণের সমাধান:**

দুই চলকবিশিষ্ট একটি সরল সমীকরণে বিদ্যমান চলক x ও y এর সম্পর্ককে চিত্রের সাহায্যে প্রকাশ করা যায়, এই চিত্রকে ঐ সম্পর্কের লেখচিত্র বলে।

➢ সমঞ্জস ও পরস্পর নির্ভরশীল সমীকরণজোটের সমাধান:

লেখচিত্রের বৈশিষ্ট্য:-

i. সমীকরণজোটটির লেখ একটি সরলরেখা।
ii. সরলরেখা দুটি পরস্পরের উপর সমাপতিত।
iii. সমীকরণজোটের অসংখ্য সমাধান বিদ্যমান।

উদাহরণ:- $2x + y = 3 \ldots\ldots (1)$
$4x + 2y = 6 \ldots\ldots (2)$

সমীকরণ (1) হতে পাই, $y = 3 - 2x$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান বের করি।

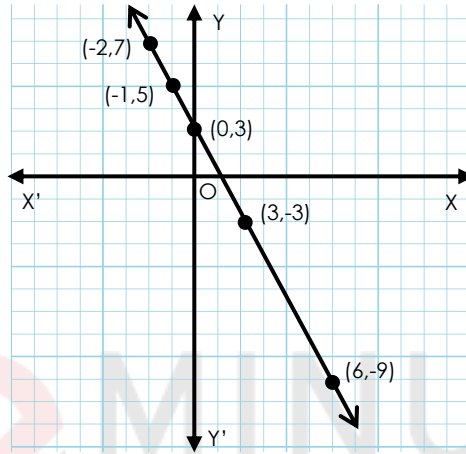
x	-1	0	3
y	5	3	-3

$\therefore$ সমীকরণটির লেখের উপর বিন্দু তিনটি $(-1,5), (0,3), (3,-3)$

আবার, সমীকরণ (2) হতে পাই, $2y = 6 - 4x \Rightarrow y = \frac{6-4x}{2}$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান বের করি।

x	-2	0	6
y	7	3	-9

$\therefore$ সমীকরণটির লেখের উপর বিন্দু তিনটি $(-2,7),(0,3),(6,-9)$

মনে করি, ছক কাগজে XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ। এবং O মূলবিন্দু।

ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের প্রতি বাহুকে একক ধরি। এখন সমীকরণ (1) হতে প্রাপ্ত $(-1,5),(0,3),(3,-3)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও এদের পরস্পর সংযুক্ত করি।লেখটি একটি সরলরেখা। আবার, সমীকরণ (2) হতে প্রাপ্ত $(-2,7),(0,3),(6,-9)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করে সংযুক্ত করি। এক্ষেত্রেও লেখটি একটি সরলরেখা।

এখানে সরলরেখা দুইটি পরস্পরের উপর সমাপতিত হয়ে একটি সরলরেখায় পরিণত হয়েছে। সুতরাং এ সমীকরণজোটের অসংখ্য সমাধান আছে।

➢ অসমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল সমীকরণজোটের সমাধান:

লেখচিত্রের বৈশিষ্ট্য:-

i. সমীকরণদ্বয়ের লেখচিত্র দুইটি পরস্পর সমান্তরাল।
ii. রেখা দুটি একে অপরকে ছেদ করবে না।
iii. কোনো সাধারণ বিন্দু পাওয়া যাবে না।
iv. কোনো সমাধান নেই।

উদাহরণ:- $\mathbf{2x - y = 4 \ldots\ldots (1)}$
$\mathbf{4x - 2y = 12 \ldots\ldots (2)}$

সমীকরণ (1) হতে পাই, $y = 4 - 2x$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান বের করি।

x	-1	0	4
y	-6	-4	4

$\therefore$ সমীকরণটির লেখের উপর বিন্দু তিনটি $(-1,-6),(0,-4),(4,4)$

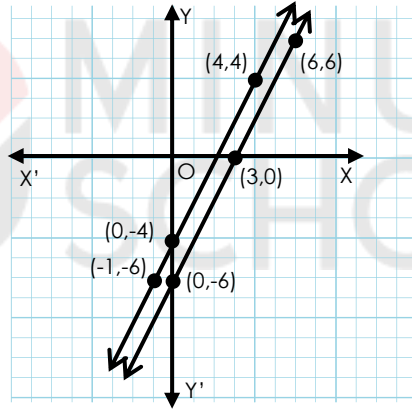
সমীকরণ (2) হতে পাই, $2y = 4x - 12$

$$\Rightarrow y = \frac{2(2x-6)}{2}$$

$$\therefore y = 2x - 6$$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান বের করি।

x	0	3	6
y	-6	0	6

$\therefore$ সমীকরণটির লেখের উপর বিন্দু তিনটি $(0,-6),(3,0),(6,6)$

মনে করি, ছক কাগজে XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ। এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যের এক একক ধরে সমীকরণ (1) হতে প্রাপ্ত $(-1,-6),(0,-4)$ ও $(4,4)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও এদের পরস্পর সংযুক্ত করি। লেখটি একটি সরলরেখা।

আবার, সমীকরণ (2) হতে প্রাপ্ত $(0,-6),(3,0),(6,6)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও এদের পরস্পর সংযুক্ত করি। এক্ষেত্রেও লেখটি একটি সরলরেখা। প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়ের পৃথকভাবে প্রত্যেকটির অসংখ্য সমাধান থাকলেও জোট হিসেবে এদের সাধারণ সমাধান নেই। আবার, প্রদত্ত সমীকরণ দুটির লেখচিত্র দুটি পরস্পর সমান্তরাল সরলরেখা। সুতরাং এরূপ সমীকরণজোটের কোনো সমাধান নেই।

➢ সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল সমীকরণজোটের সমাধান:

লেখচিত্রের বৈশিষ্ট্য:-

i. সমীকরণ দুটির লেখ একটি বিন্দুতে ছেদ করে।
ii. সমাধান একটি থাকবে।
iii. ছেদবিন্দুই হবে নির্ণেয় সমাধান।

উদাহরণ:- $\mathbf{3x - y = 3 \dots \dots (1)}$
$\mathbf{5x + y = 21 \dots \dots (2)}$

সমীকরণ (1) হতে পাই, $y = 3x - 3$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান বের করি।

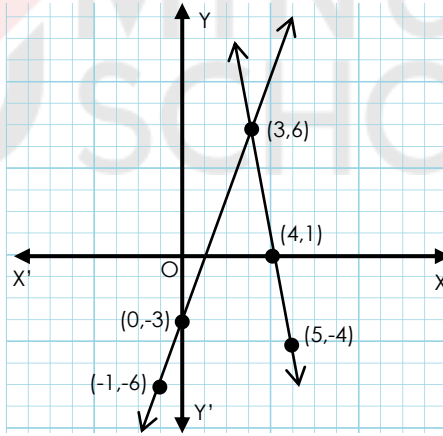
x	-1	0	3
y	-6	-3	6

$\therefore$ সমীকরণটির লেখের উপর বিন্দু তিনটি $(-1, -6), (0, -3), (3, 6)$

সমীকরণ (2) হতে পাই, $y = 21 - 5x$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান বের করি।

x	3	4	5
y	6	1	-4

$\therefore$ সমীকরণটির লেখের উপর বিন্দু তিনটি $(3, 6), (4, 1), (5, -4)$

মনে করি, ছক কাগজে XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ। এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যের এক একক ধরে সমীকরণ (1) হতে প্রাপ্ত $(-1, -6), (0, -3), (3, 6)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও এদের পরস্পর সংযুক্ত করি। লেখটি একটি সরলরেখা।

একইভাবে, সমীকরণ (2) হতে প্রাপ্ত $(3, 6), (4, 1), (5, -4)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করে সংযুক্ত করি। লেখটি সরলরেখা হবে। সরলরেখাদ্বয় $(3, 6)$ বিন্দুতে ছেদ করেছেন।

সুতরাং নির্ণেয় সমাধান:- $(x, y) = (3, 6)$

অনুশীলনী-১২.৪

- **জেনে রাখা আবশ্যক:**

➢ দুটি অজ্ঞাত রাশির মান নির্ণয়ের জন্য দুটি সমীকরণ গঠন করতে হবে।

➢ প্রকৃত ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে হর>লব। যেমন:- $\frac{1}{3}, \frac{4}{5}$। প্রকৃত ভগ্নাংশের মান সর্বদা 1 থেকে ছোট।

➢ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য>প্রস্থ এবং যেকোনো ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও ক্ষেত্রফলের মান সর্বদা ধনাত্মক।

➢ দুই অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যার, একক স্থানীয় অঙ্ক x এবং দশক স্থানীয় অঙ্ক y হলে, সংখ্যাটি $= x + 10y$

➢ ত্রিভুজের তিনকোণের সমষ্টি $180°$।

➢ নৌকা ও স্রোত সংক্রান্ত:-

যদি নৌকার বেগ ঘন্টায় x কি.মি. ও স্রোতের বেগ ঘন্টায় y কি.মি. হয় তাহলে,

স্রোতের অনুকূলে নৌকার বেগ ঘন্টায় $(x + y)$ কি.মি.
স্রোতের প্রতিকূলে নৌকার বেগ ঘন্টায় $(x - y)$ কি.মি.

➢ বহুভুজ সংক্রান্ত:- x বাহুবিশিষ্ট বহুভুজের কর্ণের সংখ্যা $= {}^{x}C_2 - x$

ব্যাখ্যা: x বাহু বিশিষ্ট বহুভুজের x টি বিন্দুর মধ্যে পরস্পর ${}^{x}C_2$ সংখ্যক সংযোজক সরলরেখা থাকে যার মধ্যে x টি রেখা হলো বহুভুজের বাহু এবং বাকিগুলো বহুভুজের কর্ণ।

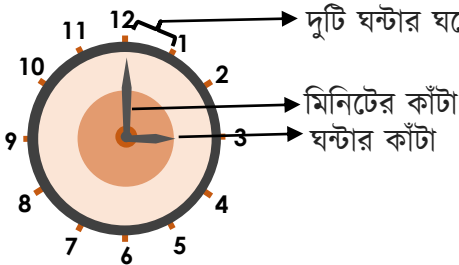
${}^{x}C_2$ বলতে মূলত x টি বস্তু থেকে 2 টি করে নিয়ে কতভাবে সমাবেশ করা যায় বোঝায়।

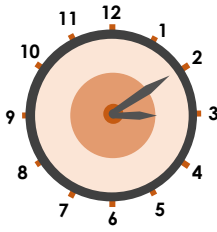
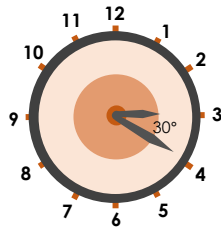
যেমন:- 4 বাহুবিশিষ্ট বহুভুজ বা চতুর্ভুজের 4 টি বিন্দুর মধ্যে পরস্পর

$${}^{4}C_2 = \frac{4!}{2! \times (4-2)!} = \frac{1.2.3.4}{1.2 \times 1.2}$$

$= 6$ সংখ্যক সংযোজক সরলরেখা থাকে যার মধ্যে 4 টি রেখা হলো চতুর্ভুজটির বাহু এবং বাকি বাহু $(6 - 4) = 2$ টি হলো চতুর্ভুজের কর্ণ।

➢ অনুরূপভাবে, x বাহুবিশিষ্ট বহুভুজের কর্ণের সংখ্যা $= {}^{x}C_2 - x$ এবং ${}^{x}C_2 = \frac{x!}{(x-2)!2!}$

➢ ঘড়ি সংক্রান্ত: মিনিটের কাঁটা ঘন্টার কাঁটার তুলনায় গুণ বেশি দ্রুত চলে।

➢ মধ্যবর্তী কোণ:-

- ঘড়ির কেন্দ্রে $360°$ কোণ উৎপন্ন হয় যেহেতু এটি একটি বৃত্ত।
- 1 মিনিটের জন্য মিনিটের কাঁটা ঘোরে $6°$।
- 60 মিনিটের জন্য মিনিটের কাঁটা ঘোরে $360°$।
- 12 ঘন্টার জন্য ঘন্টার কাঁটা ঘোরে $360°$।
- 1 ঘন্টার জন্য ঘন্টার কাঁটা ঘোরে $30°$।
- 1 মিনিটের জন্য ঘন্টার কাঁটা ঘোরে $\frac{1°}{2}$।
- মিনিটের কাঁটা ঘন্টার কাঁটা অতিক্রম করার আগে ও পরে দুইবার $30°$ কোণ উৎপন্ন করে।

চিত্র:- ঘন্টার কাঁটা অতিক্রমের পূর্বে

চিত্র:- ঘন্টার কাঁটা অতিক্রমের পরে

- ঘন্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার মধ্যবর্তী কোণ $30°$ হলে মিনিটের স্কেলে সেই ব্যবধান হয় 5 মিনিট।
- ঘড়ির ঘন্টা ও মিনিটের কাঁটা পরস্পরের সঙ্গে $30°$ কোণ 22 বার।

➢ মধ্যবর্তী ঘরসংখ্যা:-

- মিনিটের কাঁটা প্রতি ১ ঘন্টায় ৬০ ঘর অতিক্রম করে।
- ঘন্টার কাঁটা প্রতি ১ ঘন্টায় ৫ ঘর অতিক্রম করে।
- x ঘন্টায় ঘন্টার কাঁটা অতিক্রম করে $5x$ ঘর।
- y মিনিটে মিনিটের কাঁটা অতিক্রম করে $\frac{y}{2}$ ঘর।
- ঘড়ির ঘন্টার ও মিনিটের কাঁটা ১২ ঘন্টায় ১১ বার এবং ২৪ ঘন্টায় ২২ বার একটি অপরটির উপর বসে।

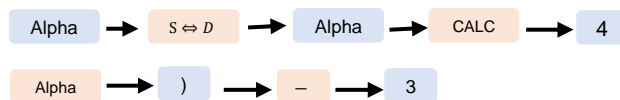
Calculator Shortcut:

দুই চলকবিশিষ্ট সরল সহসমীকরণের সমাধান ক্যালকুলেটরে বের করা সম্ভব, যা বহুনির্বাচনিতে কাজে লাগে।

$f(x) - 991\ ES \Rightarrow ON \rightarrow MODE \rightarrow 5: EQN \rightarrow 1: anx + bny = cn$

এরপর a_1, b_1, c_1, a_2, b_2 ও c_2 এর চিহ্নযুক্ত মান যথাক্রমে বসিয়ে '$=$' চাপতে হবে। এভাবে সমাধান পাওয়া যায়।

Option Test:

$y = 4x - 3$ সমীকরণটি স্ক্রিনে তুলতে চাইলে,

এরপর,

চাপতে হবে	স্ক্রীনে দেখাবে
$CALC$	$x?$
$-2 \;\rightarrow =$	-11
$CALC$	$x?$
$1 \;\rightarrow =$	1

এভাবে x এর মান বসিয়ে y এর মান পাওয়া যায়, যা বহুনির্বাচনি বা গ্রাফের স্থানাঙ্ক নির্ণয়ে সাহায্য করে।

TYPEWISE MATH

অনুশীলনী-১২.১

Type-1 সমঞ্জসতা, নির্ভরশীলতা ও সমাধান সংখ্যা নির্ণয়

Example-01: $\mathbf{3x - 5y = 7}$
$\mathbf{6x - 10y = 15}$

Solution: প্রদত্ত সমীকরণজোট, $3x - 5y = 7$
$6x - 10y = 15$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{-5}{-10} = \frac{1}{2}$

ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{7}{15}$

$\therefore \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \neq \frac{7}{15}$

$\therefore$ প্রদত্ত সমীকরণজোট অসমঞ্জস ও অনির্ভরশীল। এরূপ সমীকরণজোটের সমাধান থাকে না।

❖ **নিজে কর:**

নিচের সরল সমীকরণজোটগুলোর প্রকৃতি এবং সমাধান সংখ্যা নির্ণয় কর।

১) $3x + 2y = 0$
$9x - 6y = 0$

২) $x - y - 4 = 0$
$3x - 3y - 10 = 0$

৩) $5x - 2y - 16 = 0$
$3x - \frac{6}{5}y = 2$

৪) $-\frac{1}{2}x + y = -1$
$x - 2y = 2$

৫) $ax - cy = 0$
$cx - ay = c^2 - a^2$

৬) $-\frac{1}{2}x - y = 0$
$x - 2y = 0$

➢ **Answer:**

1) সমঞ্জস, নির্ভরশীল, অসংখ্য সমাধান।
2) অসমঞ্জস, অনির্ভরশীল, সমাধান নেই।
3) অসমঞ্জস, অনির্ভরশীল, সমাধান নেই।
4) সমঞ্জস, নির্ভরশীল, অসংখ্য সমাধান।
5) সমঞ্জস, অনির্ভরশীল, ১ টি সমাধান।
6) সমঞ্জস, অনির্ভরশীল, ১ টি সমাধান।

অনুশীলনী-১২.২

Type-1 প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান

Example-01: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=2$
$ax+by=a^2+b^2$

Solution: প্রদত্ত সমীকরণজোট, $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=2 \ldots\ldots\ldots(i)$
$ax+by=a^2+b^2 \ldots\ldots\ldots(ii)$

(ii) নং থেকে পাই, $ax=a^2+b^2-by$

$$\Rightarrow x=\frac{a^2+b^2-by}{a} \ldots\ldots\ldots(iii)$$

(i) ও (iii) নং থেকে পাই,

$$\frac{\frac{a^2+b^2-by}{a}}{a}+\frac{y}{b}=2$$

$$\Rightarrow \frac{a^2+b^2-by}{a^2}+\frac{y}{b}=2$$

$$\Rightarrow \frac{a^2b+b^3-b^2y+a^2y}{a^2b}=2$$

$$\Rightarrow a^2b+b^3-b^2y+a^2y-2a^2b=0$$

$$\Rightarrow a^2y-a^2b+b^3-b^2y=0$$

$$\Rightarrow a^2(y-b)-b^2(y-b)=0$$

$$\Rightarrow (y-b)(a^2-b^2)=0$$

$$\Rightarrow y-b=0$$

$$\Rightarrow y=b$$

y এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$\Rightarrow x = \frac{a^2+b^2-b.b}{a} = a$$

$\therefore (x, y) = (a, b)$ (Ans)

❖ **নিজে কর:**

1) $7x - 3y = 31$
$9x - 5y = 41$

2) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$
$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$

3) $2\left(2x + \frac{3}{2}\right) = -7y$
$2x + 3y = -5$

4) $ax - by = ab$
$bx - ay = ab$

5) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$
$x + \frac{1}{6}y = 3$

➢ **Answer:**

1) $(4, -1)$

2) $\left(\frac{6}{5}, \frac{6}{5}\right)$

3) $(13, 7)$

4) $\left(\frac{ab}{a+b}, \frac{-ab}{a+b}\right)$

5) $(2,6)$

Type-2 অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান

Example-01: $ax + by = c$
$a^2x + b^2y = c^2$

Solution: প্রদত্ত সমীকরণজোট, $ax + by = c \ldots\ldots\ldots (i)$
$a^2x + b^2y = c^2 \ldots\ldots\ldots (ii)$

(i) নং কে a দ্বারা গুণ করে তা (ii) নং হতে বিয়োগ করে পাই,

$a^2x - a^2x + b^2y - aby = c^2 - ac$

$\Rightarrow y(b^2 - ab) = c^2 - ac$

$\Rightarrow y = \frac{c^2-ac}{b^2-ab} = \frac{c(c-a)}{b(b-a)}$

y এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$ax + b\left\{\frac{c(c-a)}{b(b-a)}\right\} = c$

$\Rightarrow ax + \frac{c(c-a)}{b-a} = c$

$\Rightarrow abx - a^2x + c^2 - ca = bc - ca$

$\Rightarrow x(ab - a^2) = bc - c^2$

$\Rightarrow x = \frac{bc-c^2}{ab-a^2} = \frac{c(b-c)}{a(b-a)}$

$\therefore (x, y) = \left(\frac{c(c-a)}{b(b-a)}, \frac{c(b-c)}{a(b-a)}\right)$ (Ans)

❖ **নিজে কর:**

1) $7x - 3y = 31$
$9x - 5y = 41$

2) $7x - 8y = -9$
$5x - 4y = -3$

3) $ax + by = c$
$a^2x + b^2y = c^2$

4) $2x + 3y = 8$
$5x - 4y = -3$

5) $2x + 3y + 5 = 0$
$4x + 7y + 6 = 0$

➢ **Answer:**

1) $(4, -1)$
2) $(1,2)$
3) $\left(\frac{c(c-a)}{b(b-a)}, \frac{c(b-c)}{a(b-a)}\right)$
4) $(1, 2)$
5) $\left(\frac{-17}{2}, 4\right)$

Type-3 আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান

Example-01: $x + 2y = 7$
$2x - 3y = 0$

Solution: প্রদত্ত সমীকরণজোট, $x + 2y - 7 = 0 \ldots\ldots\ldots (i)$
$2x - 3y = 0 \ldots\ldots\ldots (ii)$

আড়গুণন পদ্ধতিতে পাই, $x = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$

$= \frac{2.0-(-3)(-7)}{1(-3)-2.2} = \frac{-21}{-7} = 3$

$\therefore y = \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_1b_2 - a_2b_1} = \frac{-7.2-0.1}{1(-3)-2.2} = \frac{-14}{-7} = 2$

$\therefore (x, y) = (3,2)$ (Ans)

❖ **নিজে কর:**

1) $3x - 5y + 9 = 0$
$5x - 3y - 1 = 0$

2) $x + 2y = 7$
$2x - 3y = 0$

3) $4x + 3y = -12$
$2x = 5$

4) $ax + by = a^2 + b^2$
$2bx - ay = ab$

5) $y(3 + x) = x(6 + y)$
$3(3 + x) = 5(y - 1)$

6) $(x + 2)(y - 3) = y(x - 1)$
$5x - 11y - 8 = 0$

7) $-7x + 8y = 9$
$5x - 4y = -3$

8) $3x - y - 7 = 0$
$2x + y - 3 = 0$

➢ **Answer:**

1) $(2,3)$
2) $(3,2)$
3) $\left(\frac{5}{2}, -\frac{22}{3}\right)$
4) (a, b)
5) $(2,4)$
6) $(-5, -3)$
7) $(1, 2)$
8) $(-2, 1)$

অনুশীলনী-১২.৩

Type-1 লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান

Example-01: $2x + y = 8$
$3x - 2y = 5$

Solution: প্রদত্ত সমীকরণ, $2x + y = 8 \ldots \ldots \ldots (i)$
$3x - 2y = 5 \ldots \ldots \ldots (ii)$

সমীকরণ (1) হতে পাই, $y = 8 - 2x$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান বের করে ছক তৈরি করে পাই-

x	-1	0	1
y	10	8	6

∴ সমীকরণটির লেখের উপর বিন্দু তিনটি $(-1, 10), (0, 8), (1, 6)$

আবার, সমীকরণ (2) হতে পাই, $y = \frac{3x-5}{2}$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান বের করে ছক তৈরি করে পাই-

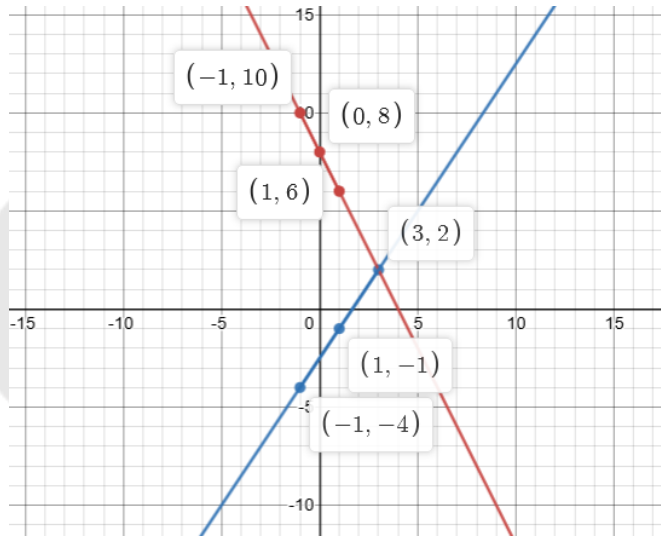
x	3	-1	1
y	2	-4	-1

$\therefore$ সমীকরণটির লেখের উপর বিন্দু তিনটি $(3,2),(-1,-4),(1,-1)$

মনে করি, ছক কাগজে XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ। এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যের এক একক ধরি। সমীকরণ (1) হতে প্রাপ্ত $(-1,10),(0,8),(1,6)$ বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি ও এদের পরস্পর সংযুক্ত করি। লেখটি একটি সরলরেখা।

একইভাবে, সমীকরণ (2) হতে প্রাপ্ত $(3,2),(-1,-4),(1,-1)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করে সংযুক্ত করি। লেখটি সরলরেখা হবে।

মনে করি, সরলরেখাদ্বয় P বিন্দুতে পরস্পর ছেদ করেছে। চিত্র থেকে দেখা যায় P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (3,2)

সুতরাং নির্ণেয় সমাধান:- $(x,y)=(3,2)$ ***(Ans)***

❖ **নিজে কর:**

1) $3x-y=3$
$5x+y=2$

2) $2x+5y=-14$
$4x-5y=17$

3) $3-\frac{3}{2}x=8-4x$

4) $3x+4y=14$
$4x-3y=2$

5) $2x-y=1$
$5x+y=13$

8) $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=2$
$2x+3y=13$

9) $3x+2=x-2$

10) $3x+y=6$
$5x+3y=12$

11) $3x+2y=4$
$3x-4y=1$

12) $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=3$
$x+\frac{y}{6}=3$

6) $2x + 5y = 1$
$x + 3y = 2$

13) $3x - 7 = 3 - 2x$

7) $3x - 2y = 2$
$5x - 3y = 5$

➢ **Answer:**

1) $(3, 6)$
2) $\left(\frac{1}{2}, -3\right)$
3) $(2,0)$
4) $(2, 2)$
5) $(2,3)$
6) $(-7,3)$
7) $(4, 5)$
8) $(2, 3)$
9) $(-2, 0)$
10) $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$
11) $\left(1, \frac{1}{2}\right)$
12) $(2, 6)$
13) $(2,0)$

অনুশীলনী-১২.৪

Type-1 মান নির্ণয় সংক্রান্ত

Example-01: কোনো ভগ্নাংশের লব ও হরের প্রত্যেকটির সাথে 1 যোগ করলে ভগ্নাংশটি হবে $\frac{4}{5}$। আবার, লব ও হরের প্রত্যেকটির সাথে থেকে 5 বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটি হবে $\frac{1}{2}$। ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।

Solution: ধরি, ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}$

১ম শর্তানুসারে, $\frac{x+1}{y+1} = \frac{4}{5}$

বা, $4y + 4 = 5x + 5$

বা, $5x - 4y = -1 \dots\dots (i)$

২য় শর্তানুসারে, $\frac{x-5}{y-5} = \frac{1}{2}$

বা, $2x - 10 = y - 5$

বা, $2x - 5 = y \dots\dots (ii)$

সমীকরণ (i) এ y এর মান বসিয়ে পাই,

$5x - 4(2x - 5) = -1 \dots\dots (i)$

বা, $5x - 8x + 20 = -1$

বা, $-3x = -21$

বা, $x = 7$

সমীকরণ (ii) এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$y = 2.7 - 5 = 14 - 5 = 9$

$\therefore$ ভগ্নাংশটি হলো $= \frac{7}{9}$ (Ans)

Example-02:দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক দশক স্থানীয় অঙ্কের তিনগুণ অপেক্ষা 1 বেশি। কিন্তু অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায়, তা অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টির আটগুণের সমান। সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

Solution: ধরি, একক স্থানীয় অঙ্ক $= x$

এবং দশক স্থানীয় অঙ্ক $= y$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 10y + x$

১ম শর্তানুসারে, $x = 3y + 1 \ldots\ldots (i)$

আবার, স্থান বিনিময় করলে $= 10x + y$

২য় শর্তানুসারে, $10x + y = 8(x + y) \ldots\ldots (ii)$

সমীকরণ (ii) এ (i) এর মান বসিয়ে পাই,

$10(3y + 1) + y = 8(3y + 1) + 8y$

$\Rightarrow 30y + 10 + y = 24y + 8 + 8y$

$\Rightarrow 32y - 31y = 10 - 8$

$\Rightarrow y = 2$

সমীকরণ (i) এ y এর মান বসিয়ে পাই,

$x = 3.2 + 1 = 7$

$\therefore$ নির্ণেয় সংখ্যাটি $= 10y + x = 10.2 + 7 = 27$ (Ans)

❖ **নিজে কর:**

1) আব্দুল্লাহের একটি আয়তাকার ফুলের বাগান আছে। বাগানটির প্রস্থের দ্বিগুণ দৈর্ঘ্য অপেক্ষা 10 মিটার বেশি এবং এর পরিসীমা 100 মিটার। বাগানের ভিতর 2 মিটার চওড়া রাস্তা আছে। রাস্তাটি ইট দিয়ে বাধাতে তার প্রতি বর্গমিটারে 120 টাকা খরচ হয়। বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। (দৈর্ঘ্য প্রস্থ নির্ণয় সংক্রান্ত)

2) এক মাঝি স্রোতের অনুকূলে দাড় বেয়ে $2\frac{1}{2}$ ঘন্টায় কোনো স্থানে পৌছাল এবং স্রোতের প্রতিকূলে $3\frac{3}{4}$ ঘন্টায় ফিরে এল। পাড়ের বেগ ও স্রোতের বেগ নির্ণয় কর। (অনুকূল/ প্রতিকূল)

3) মাতার বর্তমান বয়স তার দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির চারগুণ। 5 বছর পর মাতার বয়স ঐ দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির দ্বিগুণ হবে। মাতার বর্তমান বয়স কত? (বয়স)

4) কোনো ভগ্নাংশের লব থেকে 1 বিয়োগ এবং হরের সাথে 2 যোগ করলে ভগ্নাংশটি হয় $\frac{1}{3}$। আবার লব থেকে 2 বিয়োগ ও হর থেকে 3 বিয়োগ করলে তা 1 এর সমান হয়। ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর। (ভগ্নাংশ)

5) দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার অক্ষদ্বয়ের অন্তর 4। সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায়, তার ও মূল সংখ্যাটির যোগফল 110। সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

6) একজন গার্মেন্টস শ্রমিক মাসিক বেতনে চাকরি করেন। প্রতি বছর শেষে একটি নির্দিষ্ট বেতন বৃদ্ধি পান। তার মাসিক বেতন 4 বছর পর 4500 টাকা ও 8 বছর পর 5000 টাকা হয়। তার চাকরির শুরুর বেতন ও বার্ষিক বেতন বৃদ্ধির পরিমাণ নির্ণয় কর।

7) শিক্ষক বললেন একটি কাজ একা অথবা ছাত্র-ছাত্রীর জুটি করতে পারবে। ছাত্রদের 2/3 এবং ছাত্রীদের 5/3 অংশ জুটি বেঁধে কাজটি করলো। শ্রেণির কত ভাগ ছাত্র -ছাত্রী একা কাজ করলো?

8) ঘড়ির ঘন্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটা কতবার একটি আরেকটির উপরে বসবে?

➢ **Answer:**

1) 30 মিটার এবং 20 মিটার
2) দাড়ের বেগ $\frac{a}{3} km/hour$ এবং স্রোতের বেগ $\frac{a}{15} km/hour$
3) 30 বছর
4) $\frac{3}{4}$
5) 37 বা 73
6) 4000 টাকা, 125 টাকা
7) $\frac{7}{19}$ ভাগ
8) 11 বার, সময়গুলো হলে x টা $\frac{60}{11}x$ মিনিট

Type-2 ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত

Example-01: একটি বর্গের ক্ষেত্রফল একটি আয়তের ক্ষেত্রফলের সমান। আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 36 মি. এবং প্রস্থ 25 মি.। আয়তের দৈর্ঘ্য 10% হ্রাস পেলে এবং প্রস্থ 10% বৃদ্ধি করা হলে, ক্ষেত্রফল শতকরা কত হ্রাস বা বৃদ্ধি পায়?

Solution: দেওয়া আছে, আয়তের দৈর্ঘ্য 36 মি.

আয়তের প্রস্থ 25 মি.

$\therefore$ আয়তের ক্ষেত্রফল $= (36 \times 25)$ বর্গমি.

$= 900$ বর্গমি.

10% হ্রাস পেলে আয়তের নতুন দৈর্ঘ্য $= (36 - 36 \times 10\%)$ মি.

$= \left(36 - 36 \times \frac{10}{100}\right)$ মি.

$= 32.4$ মি.

10% বৃদ্ধিতে আয়তের নতুন প্রস্থ $= (25 + 25 \times 10\%)$ মি.

$= \left(25 + 25 \times \frac{10}{100}\right)$ মি.

$= 27.5$ মি.

$\therefore$ আয়তের নতুন ক্ষেত্রফল $= (32.4 \times 27.5)$ বর্গমি.

$= 891$ বর্গমি.

$\therefore$ আয়তের ক্ষেত্রফল হ্রাস পায় $=$ পূর্বের ক্ষেত্রফল $-$ নতুন ক্ষেত্রফল

$= (900 - 891)$ বর্গমি.

$= 9$ বর্গমি.

$\therefore$ ক্ষেত্রফল শতকরা হ্রাস পাবে $= \frac{\text{ক্ষেত্রফল হ্রাসের মান}}{\text{পূর্বের ক্ষেত্রফল}} \times 100\%$

$= \frac{9}{900} \times 100\%$

$= 1\%$ (Ans)

Example-02: দুই অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক দশক স্থানীয় অঙ্কের তিনগুণ অপেক্ষা 1 বেশি। অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায় তা অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টির আটগুণের সমান। যদি সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয় একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি ও লম্ব হয়, তবে ত্রিভুজটির অতিভুজ ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

Solution: ধরি, একক স্থানীয় অঙ্ক $= x$

এবং দশক স্থানীয় অঙ্ক $= y$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 10y + x$

১ম শর্তানুসারে, $x = 3y + 1 \dots\dots (i)$

আবার, স্থান বিনিময় করলে $= 10x + y$

২য় শর্তানুসারে, $10x + y = 8(x + y) \dots\dots (ii)$

সমীকরণ (ii) এ (i) এর মান বসিয়ে পাই,

$10(3y + 1) + y = 8(3y + 1) + 8y$

$\Rightarrow 30y + 10 + y = 24y + 8 + 8y$

$\Rightarrow 32y - 31y = 10 - 8$

$\Rightarrow y = 2$

সমীকরণ (i) এ y এর মান বসিয়ে পাই,

$x = 3.2 + 1 = 7$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 10y + x = 10.2 + 7 = 27$

সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্ক 7 এবং দশক স্থানীয় অঙ্ক 2 যথাক্রমে একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি ও লম্ব।

$\therefore$ ত্রিভুজের অতিভুজ $= \sqrt{7^2 + 2^2}$

$= \sqrt{49 + 4}$

$= \sqrt{53}$ একক

$\therefore$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= (\frac{1}{2} \times 7 \times 2)$ বর্গ একক

$= 7$ বর্গ একক **(Ans)**

❖ **নিজে কর:**

1) দুই অঙ্ক বিশিষ্ট একটি সংখ্যা হলো 47। সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয় যদি মিটারে কোনো আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্দেশ করে এবং আয়তক্ষেত্রের কর্ণ যদি কোনো বর্গের বাহুর সমান হয় তবে বর্গের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। উত্তর: 65 বর্গ মি.

2) একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 5 মিটার কম ও প্রস্থ 3 মিটার বেশি হলে ক্ষেত্রফল 9 বর্গমিটার কম হবে। আবার দৈর্ঘ্য 3 মিটার বেশি ও প্রস্থ 2 মিটার বেশি হলে ক্ষেত্রফল 67 বর্গমিটার বেশি হবে। যদি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি পায় এবং প্রস্থ 10% হ্রাস পায় তবে আয়তটির ক্ষেত্রফল কত হ্রাস বা বৃদ্ধি পাবে? উত্তর: 1.53 বর্গমিটার

3) রহিমা একটি কাঁথা সেলাই করেন, যার দৈর্ঘ্য 5 মিটার কম এবং প্রস্থ 3 মিটার অধিক কিংবা দৈর্ঘ্য 5 মিটার অধিক ও প্রস্থ 2 মিটার কম হলেও আয়তাকার কাঁথাটির ক্ষেত্রফলের কোনো পরিবর্তন হয় না। যদি সমান ক্ষেত্রফলের আরেকটি বর্গাকার কাঁথা তৈরি করেন তাহলে ঠিক কর্ণ বরাবর সেলাইটির দৈর্ঘ্য কত? বর্গাকার কাঁথাটিকে আরও 2 মিটার করে চারদিকে বাড়ালে বাড়তি অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

4) উত্তর: $10\sqrt{6}$ মিটার, 154.564 বর্গমিটার

Type-3 খরচ সংক্রান্ত

Example-01: একটি বর্গের ক্ষেত্রফল একটি আয়তের ক্ষেত্রফলের সমান। আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 36 মিটার এবং প্রস্থ 25 মিটার। বর্গাকার ক্ষেত্রটির চতুর্দিকে 3 মিটার অন্তর গাছ লাগালে কতটি গাছ প্রয়োজন হবে এবং প্রতিটি গাছ লাগাতে 23 টাকা হিসাবে গাছ লাগানো বাবদ খরচ কত হয়?

Solution: দেওয়া আছে, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 36 মি.

আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ 25 মি.

প্রশ্নমতে, বর্গের ক্ষেত্রফল $=$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (36 \times 25)$ বর্গমি.

$= 900$ বর্গমি.

আমরা জানি, বর্গের ক্ষেত্ররফল $=$ (বাহু)^2

$\Rightarrow 900 =$ (বাহু)^2

$\therefore$ বাহু $= 30$ মিটার

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা $= 4 \times$ বাহুর দৈর্ঘ্য

$= 4 \times 30$ মি.

$= 120$ মি.

এখন, প্রতি 3 মিটার অন্তর গাছ $= 1$ টি

$\therefore$ 120 মিটার মোট গাছ $= \frac{1 \times 120}{3} = 40$ টি

আবার, দেওয়া আছে,

1 টি গাছ লাগাতে খরচ $= 23$ টাকা

$\therefore$ 40 টি গাছ লাগাতে খরচ $= (23 \times 40)$ টাকা

$= 920$ টাকা (Ans)

Example-02: রনির একটি আয়তাকার ফুলের বাগান আছে। বাগানটি প্রস্থের দ্বিগুণ, দৈর্ঘ্য অপেক্ষা 10 মিটার বেশি এবং পরিসীমা 100 মিটার। বাগানটির ভেতর 2 মিটার চওড়া রাস্তা আছে। রাস্তাটি ইট দিয়ে বাঁধাতে তার প্রতি বর্গমিটারে 120 টাকা খরচ হয়। রাস্তাটি বাঁধাতে মোট কত টাকা খরচ হয়?

Solution: ধরি, বাগানের দৈর্ঘ্য $= x$

এবং প্রস্থ $= y$

প্রশ্নমতে, $2y = x + 10$

বা, $2y - x = 10 \ldots \ldots (i)$

এবং, $2(x + y) = 100$

বা, $x + y = 50 \ldots \ldots (ii)$

(i) ও (ii) যোগ করে পাই,

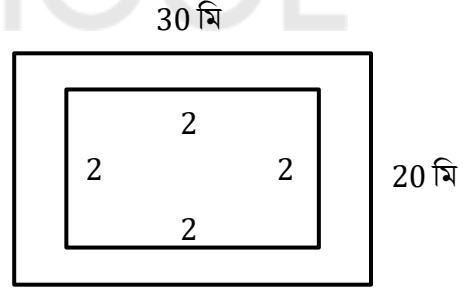
$3y = 60$

$\therefore\ y = 20$

y এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$x + 20 = 50$

$\therefore x = 30$

$\therefore$ বাগানের দৈর্ঘ্য $= 30$ মি. এবং প্রস্থ $= 20$ মি.

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= (30 \times 20)$ বর্গমি.

$= 600$ বর্গমি.

রাস্তা বাদে বাগানের দৈর্ঘ্য $= (30 - 2 \times 2)$ মি.

$= 26$ মি.

রাস্তা বাদে বাগানের প্রস্থ $= (20 - 2 \times 2)$ মি.

$= 16$ মি.

$\therefore$ রাস্তা বাদে বাগানের ক্ষেত্রফল $= (26 \times 16)$ বর্গমি.

$= 416$ বর্গমি.

$\therefore$ রাস্তার ক্ষেত্রফল $= (600 - 416)$ বর্গমি.

$= 184$ বর্গমি.

এখন, 1 বর্গ মি. বাঁধাতে খরচ হয় $= 120$ টাকা

$\therefore$ 184 বর্গ মি. বাঁধাতে খরচ হয় $= (120 \times 184)$ টাকা

$= 22080$ টাকা (Ans)

❖ **নিজে কর:**

1) আয়তাকার একটি ঘরের মেঝের দৈর্ঘ্যের 6 গুণ প্রস্থ অপেক্ষা 104 মিটার বেশি। আবার দৈর্ঘ্যের 3 গুণের সাথে প্রস্থের 2 গুণ যোগ করলে যোগফল 92 মিটার। আয়তাকার ঘরের মেঝের পরিসীমা অপর একটি বর্গাকার ঘরের পরিসীমার সমান। উদ্দীপকের বর্গাকার মেঝেকে কার্পেট দ্বারা মোড়াতে হলে প্রতি বর্গমিটারে 25.75 টাকা হিসেবে মোট কত খরচ হয়? উত্তর: 8343 টাকা।

2) একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য x মিটার ও প্রস্থ y মিটার। যেখানে, দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থের সমীকরণ $\frac{x}{5} + \frac{y}{8} = 17$ এবং $\frac{x}{12} - \frac{y}{10} = 1$ দুইটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ করা যায়। বাগানটির সীমানা বাইরে চারদিকে 2 মিটার চওড়া রাস্তা আছে। রাস্তাটি ইট দিয়ে তৈরি করতে প্রতি বর্গমিটার 120 টাকা হিসেবে মোট কত টাকা খরচ হয়? উত্তর: 49920 টাকা।

SOLVED CQ

প্রশ্ন-১:

$3x - 4y = 0$
$2x - 3y = -1$

ক) সমীকরণজোটটি সঙ্গতিপূর্ণ ও পরস্পর নির্ভরশীল কিনা যাচাই কর।

খ) সমীকরণজোটকে প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান কর।

গ) লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণ জোটকে সমাধান করে দেখাও যে, (x, y) এর প্রাপ্ত মান (খ) নং এ প্রাপ্ত মানের সমান।

১ নং প্রশ্নের সমাধান:

ক) দেওয়া আছে, সমীকরণজোটটি $3x - 4y = 0$

$2x - 3y = -1$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{3}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{4}{3}$

$\therefore \frac{3}{2} \neq \frac{4}{3}$

$\therefore$ প্রদত্ত সমীকরণজোট সঙ্গতিপূর্ণ ও পরস্পর অনির্ভরশীল।

খ) দেওয়া আছে, সমীকরণজোটটি $3x - 4y = 0 \ldots \ldots (i)$

$2x - 3y = -1 \ldots \ldots (ii)$

(i) নং সমীকরণ থেকে পাই $3x - 4y = 0$

$\Rightarrow 3x = 4y$

$\Rightarrow x = \frac{4y}{3} \ldots \ldots (iii)$

(iii) নং হতে x এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$2.\frac{4y}{3} - 3y = -1$

$\Rightarrow \frac{8y-9y}{3} = -1$

$\Rightarrow \frac{-y}{3} = -1$

$\therefore y = 3$

(iii) নং এ y এর মান বসিয়ে পাই,

$x = \frac{4\times3}{3}$

$\therefore x = 4$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (4,3)$ (Ans)

গ) দেওয়া আছে, সমীকরণজোটটি $3x - 4y = 0 \dots\dots (i)$

$2x - 3y = -1 \dots\dots (ii)$

সমীকরণ (i) হতে পাই, $3x - 4y = 0$

$$\Rightarrow 4y = 3x$$

$$\Rightarrow y = \frac{3x}{4}$$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান বের করে ছক তৈরি করে পাই-

x	-4	4	8
y	-3	3	6

$\therefore$ সমীকরণটির লেখের উপর বিন্দু তিনটি $(-4, -3), (4, 3), (8, 6)$

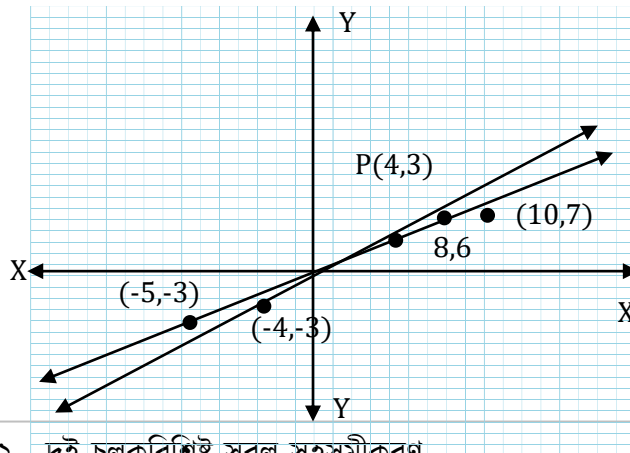
আবার, সমীকরণ (ii) হতে পাই, $2x - 3y = -1$

$$\Rightarrow 3y = 2x + 1$$

$$\Rightarrow y = \frac{2x+1}{3}$$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান বের করে ছক তৈরি করে পাই-

x	-5	4	10
y	-3	3	7

$\therefore$ সমীকরণটির লেখের উপর বিন্দু তিনটি $(-5, -3), (4, 3), (10, 7)$

মনে করি, ছক কাগজে XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ। এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 2 বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

সমীকরণ (1) হতে প্রাপ্ত $(-4,-3),(4,3),(8,6)$ বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি ও এদের পরস্পর সংযুক্ত করি। লেখটি একটি সরলরেখা।

একইভাবে, সমীকরণ (2) হতে প্রাপ্ত $(-5,-3),(4,3),(10,7)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করে সংযুক্ত করি। লেখটি সরলরেখা হবে।

মনে করি, সরলরেখাদ্বয় P বিন্দুতে পরস্পর ছেদ করেছে। চিত্র থেকে দেখা যায় P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (4,3)

সুতরাং নির্ণেয় সমাধান:- $(x,y)=(4,3)$

অতএব, 'খ' নং থেকে প্রাপ্ত সমাধান $(x,y)=(4,3)$ এবং লেখ থেকে প্রাপ্ত সমাধান সমান। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন-২:

(i) একটি আয়তাকার বাগানের প্রস্থের দ্বিগুণ, দৈর্ঘ্য অপেক্ষা 12 মিটার বেশি। বাগানের পরিসীমা 162 মি.।

(ii) $a^x=b, b^y=c$ এবং $c^z=a$

(iii) $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}+\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}=P$ এবং $x+y=Q$

ক) একজন ছাত্র দোকান থেকে 5 টি কলম ও 2 টি খাতা 80 টাকা দিয়ে ক্রয় করলো। 3 টি কলমের মূল্য একটি খাতার মূল্য অপেক্ষা 4 টাকা বেশি। একটি খাতার মূল্য x টাকা এবং একটি কলমের মূল্য y টাকা ধরে সমীকরণজোট তৈরি কর।

খ) (iii) এ $P=\frac{5}{2}$ এবং $Q=10$ হলে (x,y) এর মান নির্ণয় কর।

গ) (i) হতে লেখচিত্রের সাহায্যে বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

২ নং প্রশ্নের সমাধান:

ক) একটি খাতার মূল্য x টাকা ও কলমের মূল্য y টাকা হলে 2 টি খাতা ও 5 টি কলমের মূল্য যথাক্রমে $2x$ ও $5y$ টাকা।

শর্তমতে, $2x+5y=80 \ldots\ldots (i)$

আবার, $3y=x+4$

বা, $x-3y+4=0 \ldots\ldots (ii)$

$\therefore$ সমীকরণজোট $2x+5y=80$

$$x-3y+4=0$$

খ) শর্তমতে, $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}+\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}=P=\frac{5}{2} \ldots\ldots (i)$

এবং $x + y = Q = 10 \dots \dots (ii)$

(i) নং সমীকরণ থেকে পাই, $\frac{(\sqrt{x})^2+(\sqrt{y})^2}{\sqrt{x}\sqrt{y}} = \frac{5}{2}$

$$\Rightarrow \frac{(\sqrt{x})^2+(\sqrt{y})^2}{\sqrt{x}\sqrt{y}} = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{x+y}{\sqrt{xy}} = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{10}{\sqrt{xy}} = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{xy} = 4$$

$$\Rightarrow xy = 16$$

$$\therefore y = \frac{16}{x} \dots \dots (iii)$$

(iii) নং হতে y এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x + \frac{16}{x} = 10$$

$$\Rightarrow \frac{x^2+16}{x} = 10$$

$$\Rightarrow x^2 + 16 = 10x$$

$$\Rightarrow x^2 - 10x + 16 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 8x - 2x + 16 = 0$$

$$\Rightarrow (x-8)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = 2, 8$$

(iii) নং এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$x = 2$ হলে, $y = \frac{16}{2} = 8$

$x = 8$ হলে, $y = \frac{16}{8} = 2$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (2,8), (8, 2)$ (Ans)

গ) ধরি, বাগানের দৈর্ঘ্য x মি. এবং প্রস্থ y মি.

$\therefore$ বাগানের পরিসীমা $= 2(x + y)$ মি.

১ম শর্তমতে, $2y = x + 12 \dots \dots (i)$

২য় শর্তমতে, $2(x + y) = 162 \dots \dots (ii)$

সমীকরণ (i) হতে পাই, $2y = x + 12$

$$\Rightarrow y = \frac{x+12}{2}$$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান বের করে ছক তৈরি করে পাই-

x	30	40	50
y	21	26	31

∴ সমীকরণটির লেখের উপর বিন্দু তিনটি $(30, 21), (40, 26), (50, 31)$

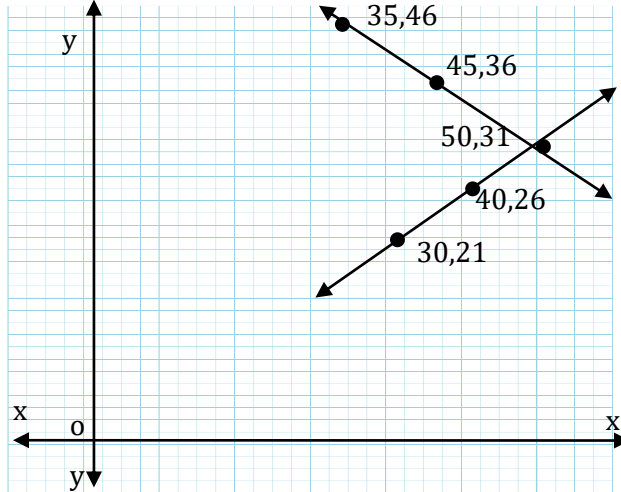
আবার, সমীকরণ (ii) হতে পাই, $x + y = 81$

$$\Rightarrow y = 81 - x$$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান বের করে ছক তৈরি করে পাই-

x	35	45	50
y	46	36	31

∴ সমীকরণটির লেখের উপর বিন্দু তিনটি $(35, 46), (45, 36), (50, 31)$

মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x অক্ষ ও y অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যের একক ধরি। এখন, ছক কাগজে সমীকরণ (i) থেকে প্রাপ্ত $(30, 21), (40, 26), (50, 31)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করে এদের পরপর সংযুক্ত করি। লেখটি একটি সরলরেখা। একইভাবে, সমীকরণ (ii) হতে প্রাপ্ত $(35, 46), (45, 36), (50, 31)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করে এদের পরপর সংযুক্ত করি। লেখটি একটি সরলরেখা।

লেখচিত্র থেকে দেখা যাচ্ছে, সরলরেখাদ্বয় পরস্পর $(50, 31)$ বিন্দুতে ছেদ করেছে।

∴ বাগানের দৈর্ঘ্য 50 মি. ও প্রস্থ 31 মি.। (Ans)

প্রশ্ন-৩:

দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যাকে এর অঙ্কদ্বয়ের গুণফল দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল 2 হয়। সংখ্যাটির সাথে 27 যোগ করলে অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করে।

ক) উদ্দীপকের আলোকে দুইটি সমীকরণ তৈরি কর।

খ) সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

গ) সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয় সেন্টিমিটারে প্রকাশিত একটি আয়তক্ষেত্রের সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য হলে ঐ আয়তক্ষেত্রের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বর্গের পরিসীমা ও কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

৩ নং প্রশ্নের সমাধান:

ক) মনে করি, সংখ্যাটির দশক স্থানীয় অঙ্ক x

এবং একক স্থানীয় অঙ্ক y

সুতরাং সংখ্যাটি $= 10x + y$

অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে নতুন সংখ্যাটি $= 10y + x$

১ম শর্তমতে, $\frac{10x+y}{xy} = 2 \ldots\ldots (i)$

২য় শর্তমতে, $10x + y + 27 = 10y + x \ldots\ldots (ii)$

খ) 'ক' এর সমীকরণ থেকে, $10x + y = 2xy \ldots\ldots (iii)$

এবং $9x = 9y - 27$

বা, $x = y - 3 \ldots\ldots (iv)$

(iv) নং হতে x এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$10(y-3) + y = 2(y-3)y$

বা, $10y - 30 + y = 2y^2 - 6y$

বা, $2y^2 - 6y - 11y + 30 = 0$

বা, $2y^2 - 17y + 30 = 0$

বা, $2y^2 - 12y - 5y + 30 = 0$

বা, $2y(y-6) - 5(y-6) = 0$

বা, $(y-6)(2y-5) = 0$

বা, $y - 6 = 0$ অথবা, $2y - 5 = 0$

$\therefore y = 6$ $\qquad$ $y = \frac{5}{2}$

এবং $x = 6 - 3 = 3$ যা গ্রহণযোগ্য নয়।

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 10 \times 3 + 6 = 36$ (Ans)

গ) সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয় 6 ও 3

সুতরাং, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য, $x = 6$ সে.মি.

এবং আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ, $y = 3$ সে.মি.

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= 6 \times 3 = 18$ বর্গসেন্টিমিটার

সুতরাং, বর্গের ক্ষেত্রফল $= 18$ বর্গসেন্টিমিটার

সুতরাং, বর্গের একবাহু $= \sqrt{18}$ সেন্টিমিটার

$= 3\sqrt{2}$ সেন্টিমিটার

$\therefore$ বর্গের পরিসীমা $= 4 \times 3\sqrt{2}$ সেন্টিমিটার

$= 12\sqrt{2}$ সেন্টিমিটার

$= 16.97$ সেন্টিমিটার (প্রায়)

এবং বর্গের কর্ণ $= \sqrt{2} \times 3\sqrt{2}$ সেন্টিমিটার

$= 6$ সেন্টিমিটার (Ans)

প্রশ্ন-8:

ইফতির একটি আয়তাকার ফুলের বাগান আছে। বাগানটির প্রস্থের দ্বিগুণ, দৈর্ঘ্য অপেক্ষা 10 মিটার বেশি এবং পরিসীমা 100 মিটার। বাগানটির ভেতরে চারিদিকে 2 মিটার চওড়া রাস্তা আছে। রাস্তাটি ইট দিয়ে বাঁধাতে তার প্রতি বর্গমিটারে 120 টাকা খরচ হয়।

ক) বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থকে দুইটি চলক ধরে সমীকরণ জোট গঠন কর।

খ) সমীকরণজোটকে আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান করে বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

গ) রাস্তাটি বাঁধাতে ইফতির মোট কত টাকা খরচ হয়?

8 নং প্রশ্নের সমাধান:

ক) ধরি, আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য $= x$

এবং প্রস্থ $= y$

প্রশ্নমতে, $2y = x + 10 \ldots\ldots (i)$

এবং, $2(x+y)=100$

বা, $x+y=50 \ldots \ldots (ii)$

খ) সমীকরণ (i) ও (ii) থেকে পাই,

$x-2y+10=0$

$x+y-50=0$

$\therefore$ আড়গুণন পদ্ধতিতে প্রাপ্ত সমাধান, $\frac{x}{100-10}=\frac{y}{10+50}=\frac{1}{1+2}$

বা, $\frac{x}{90}=\frac{y}{60}=\frac{1}{3}$

$\therefore x=\frac{90}{3}=30$ এবং $y=\frac{60}{3}=20$

$\therefore$ বাগানের দৈর্ঘ্য 30 মি. ও প্রস্থ 20 মি.। (Ans)

গ) বাগানের দৈর্ঘ্য 30 মি. ও প্রস্থ 20 মি.।

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $=(30\times 20)$ বর্গমি.

$=600$ বর্গমি.

রাস্তা বাদে বাগানের দৈর্ঘ্য $=(30-2\times 2)$ মি.

$=26$ মি.

রাস্তা বাদে বাগানের প্রস্থ $=(20-2\times 2)$ মি.

$=16$ মি.

$\therefore$ রাস্তা বাদে বাগানের ক্ষেত্রফল $=(26\times 16)$ বর্গ মি.

$=416$ বর্গমি.

$\therefore$ রাস্তার ক্ষেত্রফল $=(600-416)$ বর্গ মি.

$=184$ বর্গ মি.

$\therefore$ ইট দিয়ে রাস্তা তৈরিতে খরচ হয় $=(120\times 184)$ টাকা

$=22080$ টাকা

প্রশ্ন-৫:

$3x+2y=10, 2x-3y=-2$ দুইটি সরল সমীকরণ।

ক) সমীকরণ জোটটির প্রকৃতি নির্ণয় কর।

খ) সমীকরণ দুটিকে আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান কর।

গ) উক্ত সমীকরণদ্বয় x-অক্ষের সাথে যে ত্রিভুজ গঠন করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৫ নং প্রশ্নের সমাধান:

ক) দেওয়া আছে, সমীকরণ জোট: $3x + 2y = 10$

$$2x - 3y = -2$$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{3}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $= -\frac{2}{3}$

আমরা পাই, $\frac{3}{2} \neq -\frac{2}{3}$

$\therefore$ প্রদত্ত সমীকরণজোট সঙ্গতিপূর্ণ ও পরস্পর অনির্ভরশীল।

খ) $3x + 2y = 10$

বা, $3x + 2y - 10 = 0 \ldots\ldots\ldots (i)$

এবং $2x - 3y = -2$

বা, $2x - 3y + 2 = 0 \ldots\ldots\ldots (ii)$

মীকরণ (i) ও (ii) কে আড়গুণন করে পাই,

$$\frac{x}{2.2-(-10)(-3)} = \frac{y}{(-10).2-3.2} = \frac{1}{3.(-3)-2.2}$$

বা, $\frac{x}{4-30} = \frac{y}{-20-6} = \frac{1}{-9-4}$

বা, $\frac{x}{-26} = \frac{y}{-26} = \frac{1}{-13}$

বা, $\frac{x}{-26} = \frac{1}{-13}$ এবং $\frac{y}{-26} = \frac{1}{-13}$

বা, $x = \frac{-26}{-13} = 2$ বা, $y = \frac{-26}{-13} = 2$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (2,2)$ (Ans)

গ) প্রদত্ত সমীকরণ জোট: $3x + 2y = 10 \ldots\ldots\ldots (i)$

$$2x - 3y = -2 \ldots\ldots\ldots (ii)$$

সমীকরণ (i) হতে পাই, $3x + 2y = 10$

$$\Rightarrow 2y = 10 - 3x$$

$$\Rightarrow y = \frac{10-3x}{2}$$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান বের করে ছক তৈরি করে পাই-

x	-2	0	2
y	8	5	2

$\therefore$ সমীকরণটির লেখের উপর বিন্দু তিনটি $(-2,8), (0,5), (2,2)$

আবার, সমীকরণ (ii) হতে পাই, $2x - 3y = -2$

$$\Rightarrow 3y = 2 + 2x$$

$$\Rightarrow y = \frac{2+2x}{3}$$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান বের করে ছক তৈরি করে পাই-

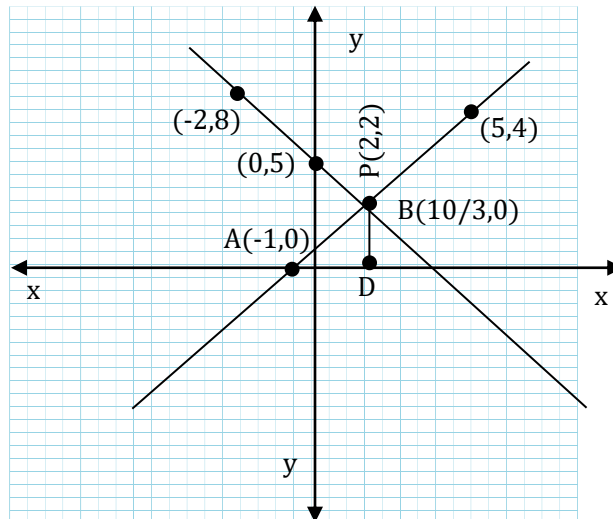
x	-1	2	5
y	0	2	4

$\therefore$ সমীকরণটির লেখের উপর বিন্দু তিনটি $(-1,0), (2,2), (5,4)$

মনে করি, ছক কাগজে XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ। এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 2 বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

সমীকরণ (i) হতে প্রাপ্ত $(-2,8), (0,5), (2,2)$ বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি ও এদের পরস্পর সংযুক্ত করি। লেখটি একটি সরলরেখা।

একইভাবে, সমীকরণ (ii) হতে প্রাপ্ত $(-1,0), (2,2), (5,4)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করে সংযুক্ত করি। লেখটি সরলরেখা হবে।

মনে করি, সরলরেখাদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করেছে। চিত্র থেকে দেখা যায় P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (2,2)

সরলরেখাদ্বয় x-অক্ষের সাথে PAB ত্রিভুজ গঠন করেছে।

ΔPAB এর ভূমি, $AB = \frac{10}{3} - (-1) = \frac{13}{3}$ একক

এবং উচ্চতা, $PD = 2$ একক

$\therefore \Delta PAB$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times \frac{13}{3} \times 2$ বর্গ একক

$= \frac{13}{3}$ বর্গ একক (Ans)

প্রশ্ন-৬:

একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 5 মিটার কম ও প্রস্থ 3 মিটার বেশি হলে, ক্ষেত্রফল 9 বর্গমিটার কম হবে। আবার, দৈর্ঘ্য 3 মিটার বেশি ও প্রস্থ 2 মিটার বেশি হলে ক্ষেত্রফল 67 বর্গমিটার বেশি হবে।

ক) দৈর্ঘ্যকে x ও প্রস্থকে y ধরে সমীকরণ জোট তৈরি কর।

খ) বজ্রগুণন পদ্ধতিতে 'ক' এর প্রাপ্ত সমীকরণ জোট সমাধান করে x ও y এর মান নির্ণয় কর।

গ) যদি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি পায় এবং প্রস্থ 10% হ্রাস পায় তবে আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল শতকরা কত হ্রাস বা বৃদ্ধি পাবে?

৬ নং প্রশ্নের সমাধান:

ক) ধরি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $= x$ মিটার

এবং প্রস্থ $= y$ মিটার

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= xy$ বর্গমিটার

১ম শর্তমতে, $(x-5)(y+3) = xy - 9 \ldots\ldots\ldots (i)$

২য় শর্তমতে, $(x+3)(y+2) = xy + 67 \ldots\ldots (ii)$

সমীকরণ (i) ও (ii) নির্ণেয় সমীকরণ জোট।

খ) 'ক' হতে পাই,

$(x-5)(y+3) = xy - 9$

$\Rightarrow xy + 3x - 5y - 15 = xy - 9$

$\Rightarrow xy + 3x - 5y - 15 - xy + 9 = 0$

$\Rightarrow 3x - 5y - 6 = 0 \ldots\ldots (iii)$

এবং $(x+3)(y+2) = xy + 67$

$\Rightarrow xy + 2x + 3y + 6 = xy + 67$

$\Rightarrow xy + 2x + 3y + 6 - xy - 67 = 0$

$\Rightarrow 2x + 3y - 61 = 0 \dots \dots (iv)$

সমীকরণ (iii) ও (iv) কে আড়গুণন করে পাই,

$$\frac{x}{-5\times(-61)-3\times(-6)} = \frac{y}{-6\times2-(-61)\times3} = \frac{1}{3\times3-2\times(-5)}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{305+18} = \frac{y}{-12+183} = \frac{1}{9+10}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{323} = \frac{y}{171} = \frac{1}{19}$$

$\Rightarrow \frac{x}{323} = \frac{1}{19}$ এবং $\frac{y}{171} = \frac{1}{19}$

$\Rightarrow x = \frac{323}{19} = 17$ $\Rightarrow y = \frac{171}{19} = 9$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (17,9)$ (Ans)

গ) 'খ' হতে পাই, $x = 17$ এবং $y = 9$

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $= 17$ মিটার এবং প্রস্থ $= 9$ মিটার

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (17 \times 9)$ বর্গমি.

$= 153$ বর্গমি.

10% বৃদ্ধিতে আয়তক্ষেত্রের নতুন দৈর্ঘ্য $= (17 + 17 \times 10\%)$ মি.

$= \left(17 + 17 \times \frac{10}{100}\right)$ মি. $= 18.7$ মি.

10% হ্রাসে আয়তক্ষেত্রের নতুন প্রস্থ $= (9 - 9 \times 10\%)$ মি.

$= \left(9 - 9 \times \frac{10}{100}\right)$ মি.

$= 8.1$ মি.

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের নতুন ক্ষেত্রফল $= (18.7 \times 8.1)$ বর্গমি.

$= 151.47$ বর্গমি.

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হ্রাস পায় $=$ পূর্বের ক্ষেত্রফল $-$ নতুন ক্ষেত্রফল

$= (153 - 151.47)$ বর্গমি.

$= 1.53$ বর্গমি.

$\therefore$ ক্ষেত্রফল শতকরা হ্রাস পাবে $= \dfrac{\text{ক্ষেত্রফল হ্রাসের মান}}{\text{পূর্বের ক্ষেত্রফল}} \times 100\%$

$$= \frac{1.53}{153} \times 100\%$$

$$= 1\%$$

প্রশ্ন-৭:

মাতার বর্তমান বয়স তার দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির চারগুণ। 5 বছর পর মাতার বয়স ঐ দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির দ্বিগুণ হবে।

ক) শর্তানুসারে সমীকরণ গঠন কর।

খ) মাতার বর্তমান বয়স কত?

গ) 15 বছর পর মাতার বয়স তার দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির কত গুণ হবে?

৭ নং প্রশ্নের সমাধান:

ক) ধরি, মাতার বর্তমান বয়স $= x$ বছর

এবং বর্তমানে তার দুই কন্যার বয়সের সমষ্টি $= y$ বছর

১ম শর্তানুসারে, $x = 4y \ldots\ldots (1)$

২য় শর্তানুসারে, $x + 5 = 2(y + 5 \times 2) \ldots\ldots (2)$

খ) 'ক' হতে প্রাপ্ত সমীকরণ জোট,

$$x = 4y \ldots\ldots (1)$$

$$x + 5 = 2(y + 5 \times 2) \ldots\ldots (2)$$

(2) নং এ $x = 4y$ বসিয়ে পাই,

$$4y + 5 = 2(y + 10)$$

$$\Rightarrow 4y + 5 = 2y + 20$$

$$\Rightarrow 2y = 15$$

$$\Rightarrow y = \frac{15}{2}$$

(1) নং এ $y = \frac{15}{2}$ বসিয়ে পাই,

$$x = 4.\frac{15}{2}$$

$\therefore x = 30$

$\therefore$ মাতার বর্তমান বয়স $= 30$ বছর। (Ans)

গ) ধরি, 15 বছর পর মাতার বয়স তার দুই কন্যার বয়সের p গুণ হবে।

$\therefore$ 15 বছর পর মাতার বয়স $= (x + 15)$ বছর।

$\therefore$ 15 বছর পর দুই কন্যার বয়সের সমষ্টি $= (y + 15 \times 2)$ বছর।

শর্তানুসারে, $x + 15 = p(y + 15 \times 2)$

$$\Rightarrow 30 + 15 = p\left(\frac{15}{2} + 30\right)$$

$$\Rightarrow 45 = p\left(\frac{15+60}{2}\right)$$

$$\Rightarrow 45 = p \times \frac{75}{2}$$

$$\Rightarrow p = \frac{45\times2}{75}$$

$$\Rightarrow p = \frac{6}{5}$$

$\therefore$ 15 বছর পর মাতার বয়স তার দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির $\frac{6}{5}$ গুণ হবে (Ans)

প্রশ্ন-৮:

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষায় 120 টি নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্ন থাকে। যার মধ্যে প্রতিটি সঠিক উত্তরের জন্য নম্বর পাওয়া যায় 1 এবং ভুল উত্তরের জন্য $\frac{1}{4}$ নম্বর কাটা যায়। একজক পরীক্ষার্থী সবগুলো প্রশ্নের উত্তর দিয়ে 65 নম্বর পেল।

ক) শর্তানুসারে দুইটি সমীকরণ গঠন কর।

খ) ঐ পরীক্ষার্থী কয়টি সঠিক এবং কয়টি ভুল উত্তর দিল?

গ) ভর্তি পরীক্ষায় মেধা তালিকায় উত্তীর্ণ হওয়ার জন্য 80 নম্বর দরকার হলে ঐ পরীক্ষার্থী কয়টি ঠিক উত্তর এবং কয়টি ভুল উত্তর দিলে উক্ত নম্বর অর্জন করত?

৮ নং প্রশ্নের সমাধান:

ক) ধরি, সঠিক উত্তরের সংখ্যা $= x$

এবং ভুল উত্তরের সংখ্যা $= y$

এখানে, 1 টি প্রশ্নের নম্বর 1

120 টি প্রশ্নের নম্বর $= 120 \times 1 = 120$

অনুরুপভাবে, x টি প্রশ্নের নম্বর $= x$

এবং, y টি প্রশ্নের নম্বর $= y$

প্রশ্নমতে, $x + y = 120 \dots \dots (i)$

এবং $x - \frac{y}{4} = 65 \dots \dots (ii)$ (Ans)

খ) 'ক' হতে প্রাপ্ত,

$$x + y = 120 \dots \dots (i)$$

$$x - \frac{y}{4} = 65 \dots \dots (ii)$$

(ii) নং সমীকরণ থেকে পাই, $x - \frac{y}{4} = 65$

বা, $4x - y = 260 \dots \dots (iii)$ [4 দ্বারা গুণ করে]

সমীকরণ (i) ও (iii) যোগ করে পাই,

$$x + y + 4x - y = 120 + 260$$

বা, $5x = 380$

বা, $x = \frac{380}{5}$

বা, $x = 76$

x এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$76 + y = 120$$

বা, $y = 120 - 76 = 44$

∴ ঐ পরীক্ষার্থী 76 টি সঠিক এবং 44 টি ভুল উত্তর দিল (Ans)

গ) ভর্তি পরীক্ষায় মেধা তালিকায় উত্তীর্ণ হওয়ার জন্য 80 নম্বর দরকার।

প্রশ্নমতে, $x - \frac{y}{4} = 80$

বা, $4x - y = 320 \dots \dots (iv)$

সমীকরণ (i) ও (iv) যোগ করে পাই,

$$x + y + 4x - y = 120 + 320$$

বা, $5x = 440$

বা, $x = \frac{440}{5}$

বা, $x = 88$

x এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$88 + y = 120$$

বা, $y = 120 - 88 = 32$

∴ ঐ পরীক্ষার্থী 88 টি সঠিক এবং 32 টি ভুল উত্তর দিলে মেধা তালিকায় উত্তীর্ণ হতে পারবে। (Ans)

প্রশ্ন-৯

সুমি 1700 টাকায় একটি আংটি ও একটি ঘড়ি কিনল। পরদিনই 15% লাভে আংটিটি এবং ঘড়িটি এক মাস ব্যবহার করে 20% ক্ষতিতে বিক্রি করল। ফলে মোট বিক্রয় মূল্য হলো 1780 টাকা।

ক) সুমির ক্রয় এবং বিক্রয় তথ্যটি সমীকরণ আকারে প্রকাশ কর।

খ) আংটিটি এবং ঘড়ি প্রত্যেকটি কত টাকায় কিনেছিল?

গ) যদি ঘড়িটি শতকরা 20% লাভ করার পরও মোটের উপর 4% ক্ষতি হয় সেক্ষেত্রে আংটিটি শতকরা কত ক্ষতিতে বিক্রি করেছিল?

৯ নং প্রশ্নের সমাধান:

ক) ধরি, আংটিটির ক্রয়মূল্য x টাকা

এবং ঘড়ির ক্রয়মূল্য y টাকা

১ম শর্তানুসারে, $x + y = 1700 \dots\dots (i)$

15% লাভে আংটিটর বিক্রয়মূল্য $= x + x \times 15\%$

$$= x + \frac{15x}{100}$$

আবার, 20% ক্ষতিতে ঘড়ির বিক্রয়মূল্য $= y - y \times 20\%$

$$= y - \frac{20y}{100}$$

২য় শর্তানুসারে, $\left(x + \frac{15x}{100}\right) + \left(y - \frac{20y}{100}\right) = 1780 \dots\dots (ii)$ (Ans)

খ) 'ক' হতে প্রাপ্ত,

$$x + y = 1700 \dots\dots (i)$$

$$\left(x + \frac{15x}{100}\right) + \left(y - \frac{20y}{100}\right) = 1780 \dots\dots (ii)$$

(i) নং থেকে পাই, $x + y - 1700 = 0 \dots\dots (iii)$

(ii) নং থেকে পাই, $\left(x+\frac{15x}{100}\right)+\left(y-\frac{20y}{100}\right)=1780$

$$\Rightarrow \frac{100x+15x}{100}+\frac{100y-20y}{100}=1780$$

$$\Rightarrow \frac{115x+80y}{100}=1780$$

$$\Rightarrow 115x+80y=178000$$

$$\Rightarrow 115x+80y-178000=0$$

$$\Rightarrow 5(23x+16y-35600)=0$$

$$\therefore 23x+16y-35600=0 \ldots\ldots (iv)$$

সমীকরণ (iii) ও (iv) কে আড়গুণন করে পাই,

$$\frac{x}{1\times(-35600)-16\times(-1700)}=\frac{y}{(-1700)\times23-(-35600)\times1}=\frac{1}{1\times16-23\times1}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{-35600+2700}=\frac{y}{-39100+35600}=\frac{1}{16-23}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{-8400}=\frac{y}{-3500}=\frac{1}{-7}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{-8400}=\frac{1}{-7}$$

$$\Rightarrow x=\frac{-8400}{-7}=1200$$

এবং $\frac{y}{-3500}=\frac{1}{-7}$

$$\Rightarrow y=\frac{-3500}{-7}=500$$

$\therefore$ আংটিটির ক্রয়মূল্য 1200 টাকা

এবং ঘড়ির ক্রয়মূল্য 500 টাকা (Ans)

গ) ঘড়ির ক্রয়মূল্য টাকা $=500$ ['খ' হতে]

20% লাভে বিক্রি করলে,

ক্রয়মূল্য 100 টাকা হলে বিক্রয়মূল্য 120 টাকা

ক্রয়মূল্য 500 টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $=\frac{120\times500}{100}$ টাকা

$=600$ টাকা

মোট ক্রয়মূল্য $=1700$ টাকা

মোটের উপর 4% ক্ষতি হলে,

মোট ক্রয়মূল্য 100 টাকা হলে বিক্রয়মূল্য 96 টাকা

মোট ক্রয়মূল্য 1700 টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $=\frac{96\times1700}{100}$ টাকা

$= 1632$ টাকা

$\therefore$ আংটিটির নতুন বিক্রয়মূল্য $= (1632 - 600)$ টাকা

$= 1032$ টাকা

আংটিটির ক্রয়মূল্য 1200 টাকা হলে বিক্রয়মূল্য 1032 টাকা

$\therefore$ আংটিটির ক্রয়মূল্য 100 টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $= \frac{1032 \times 100}{1200}$ টাকা

$= 86$ টাকা

$\therefore$ ক্ষতি $= 100 - 86 = 14\%$ (Ans)

প্রশ্ন-১০:

একটি টেনিস কোর্টের জন্য আয়তাকার জমি নির্বাচন করা হলো। জমিটির দৈর্ঘ্য 3 মিটার বাড়ালে এবং প্রস্থ 3 মিটার কমালে ক্ষেত্রফল 18 বর্গমিটার কমে যায়। আবার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ 3 মিটার করে বাড়ালে ক্ষেত্রফল 60 বর্গমিটার বেড়ে যায়।

ক) টেনিস কোর্টের পরিমাপের তথ্যটি বীজগাণিতিক সমীকরণে প্রকাশ কর।

খ) টেনিস কোর্টের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

গ) মাঠের চতুর্দিকে সমান প্রস্থের 84 বর্গমিটার গ্যালারী বিস্তৃত থাকলে, গ্যালারীর প্রশস্থতা কত?

১০ নং প্রশ্নের সমাধান:

ক) ধরি, আয়তাকার মাঠের দৈর্ঘ্য $= x$ মিটার

এবং প্রস্থ $= y$ মিটার

$\therefore$ মাঠের ক্ষেত্রফল $= xy$ বর্গমিটার

১ম শর্তমতে, $(x + 3)(y - 3) = xy - 18 \ldots\ldots\ldots (i)$

২য় শর্তমতে, $(x + 3)(y + 3) = xy + 60 \ldots\ldots (ii)$

খ) 'ক' হতে পাই,

$$(x + 3)(y - 3) = xy - 18 \ldots\ldots\ldots (i)$$

$$(x + 3)(y + 3) = xy + 60 \ldots\ldots (ii)$$

(i) নং থেকে পাই,

$(x + 3)(y - 3) = xy - 18$

$\Rightarrow xy - 3x + 3y - 9 = xy - 18$

$\Rightarrow 3x - 3y - 9 = 0$

$\Rightarrow 3(x - y - 3) = 0$

$\Rightarrow x - y - 3 = 0 \ldots \ldots (iii)$

(ii) নং থেকে পাই,

$(x + 3)(y + 3) = xy + 60$

$\Rightarrow xy + 3x + 3y + 9 = xy + 60$

$\Rightarrow 3x + 3y - 51 = 0$

$\Rightarrow 3(x + y - 17) = 0$

$\Rightarrow x + y - 17 = 0 \ldots \ldots (iv)$

সমীকরণ (iii) ও (iv) কে আড়গুণন করে পাই,

$$\frac{x}{-1\times(-17)-1\times(-3)} = \frac{y}{-3\times1-(-17)\times1} = \frac{1}{1\times1-1\times(-1)}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{17+3} = \frac{y}{-3+17} = \frac{1}{1+1}$$

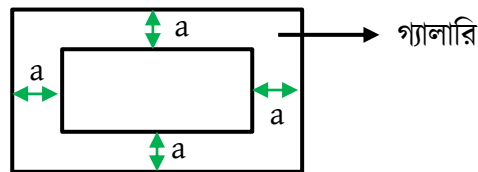
$$\Rightarrow \frac{x}{20} = \frac{y}{14} = \frac{1}{2}$$

$\Rightarrow \frac{x}{20} = \frac{1}{2}$ এবং $\frac{y}{14} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow x = \frac{20}{2} = 10$ $\Rightarrow y = \frac{14}{2} = 7$

$\therefore$ আয়তাকার মাঠের দৈর্ঘ্য $= 10$ মিটার

এবং প্রস্থ $= 7$ মিটার

গ) 'খ' হতে পাই, টেনিস কোর্টের দৈর্ঘ্য $= 10$ মিটার এবং প্রস্থ $= 7$ মিটার

গ্যালারির চারিদিকে প্রস্থ সমান, ধরি, প্রস্থ $= a$

$\therefore (10 + 2a) \times (7 + 2a) = (10 \times 7) + 84$

$\Rightarrow 70 + 20a + 14a + 4a^2 = 154$

$\Rightarrow 4a^2 + 34a - 84 = 0$

$\Rightarrow 2a^2 + 17a - 42 = 0$

$\Rightarrow 2a^2 + 21a - 4a - 42 = 0$

$\Rightarrow a(2a + 21) - 2(2a + 21) = 0$

$\Rightarrow (a - 2)(2a + 21) = 0$

$\Rightarrow a = 2$ অথবা, $a = \frac{-21}{2}$, যা সম্ভব নয়।

∴ গ্যালারির প্রশস্থতা $= 2$ মিটার **(Ans)**

SOLVED MCQ

১) কোন শর্তে $a_1x + b_1y = c_1, a_2x + b_2y = c_2$ সমীকরণ জোটটি সঙ্গতিপূর্ণ ও পরস্পর অনির্ভরশীল হবে?

ক) $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ খ) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ গ) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ ঘ) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$

উত্তর: ক) $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

ব্যাখ্যা: দুই চলকবিশিষ্ট সরল সহসমীকরণের সমাধান যোগ্যতা:

	সমীকরণজোট	সহগ ও ধ্রুবক পদের তুলনা	সমঞ্জস ও অসমঞ্জস	পরস্পর নির্ভরশীল/অনির্ভরশীল	সমাধান আছে (কয়টি)/নেই
i	$a_1x + b_1y = c_1$ $a_2x + b_2y = c_2$	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	সমঞ্জস	অনির্ভরশীল	আছে (একটিমাত্র)
ii	$a_1x + b_1y = c_1$ $a_2x + b_2y = c_2$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	সমঞ্জস	নির্ভরশীল	আছে (অসংখ্য)
iii	$a_1x + b_1y = c_1$ $a_2x + b_2y = c_2$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	অসমঞ্জস	অনির্ভরশীল	নেই

২) $3ax + 3by = 3c, ax + by = c(abc \neq 0)$ এর সমঞ্জস্যতা পরীক্ষা করলে নিচের কোনটি পাওয়া যায়?

ক) অসমঞ্জস, সমাধান নেই
খ) সমঞ্জস, সমাধান নেই
গ) অসমঞ্জস, সমাধান আছে
ঘ) সমঞ্জস, অসংখ্য সমাধান আছে

উত্তর: ঘ) সমঞ্জস, অসংখ্য সমাধান আছে

ব্যাখ্যা: প্রদত্ত সমীকরণজোট $3ax + 3by = 3c$

$ax + by = c$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{3a}{a} = 3$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{3b}{b} = b$

ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{3c}{c} = 3$

$\therefore \frac{3a}{a} = \frac{3b}{b} = \frac{3c}{c}$

∴ প্রদত্ত সমীকরণজোট সমঞ্জস ও নির্ভরশীল। অসংখ্য সমাধান আছে।

৩) (2,3) বিন্দুটি নিচের কোন সমীকরণের লেখচিত্রের উপর অবস্থিত?

ক) $x - y = 1$ খ) $2x + y = 7$

গ) $x + 3y = 5$ ঘ) $2x + y = 6$

উত্তর: খ) $2x + y = 7$

ব্যাখ্যা: কোনো নির্দিষ্ট বিন্দু কোনো সমীকরণের লেখচিত্রের উপর অবস্থিত হলে ঐ বিন্দুটি দ্বারা সমীকরণটি অবশ্যই সিদ্ধ হবে।
(2,3) বিন্দুর জন্য,
(ক) এর ক্ষেত্রে, $2 - 3 = -1$
(খ) এর ক্ষেত্রে, $2.2 + 3 = 4 + 3 = 7$
(গ) এর ক্ষেত্রে, $2 + 3.3 = 2 + 9 = 11$
(ঘ) এর ক্ষেত্রে, $2.2 + 3 = 7$
দেখা যাচ্ছে যে, শুধুমাত্র (খ) এর সমীকরণটি (2,3) বিন্দু দ্বারা সিদ্ধ হয়।

8) $3x - 5y = 7$ ও $6x - 10y = 15$ সমীকরণ জোটের সমাধান

ক) অনন্য খ) দুইটি গ) অসংখ্য ঘ) সমাধান নেই

উত্তর: ঘ) সমাধান নেই

৫) $ax + by = ab$ এবং $ax - by = ab$ সমীকরণের সমাধান কোনটি?

ক) (a, b) খ) (b, a) গ) $(b, 0)$ ঘ) $(0, a)$

উত্তর: গ) $(b, 0)$

ব্যাখ্যা: $ax + by = ab \dots\dots (1)$
$ax - by = ab \dots\dots (2)$
(1) ও (2) যোগ করে পাই,
$2ax = 2ab$
বা, $x = b$

(1) হতে (2) বিয়োগ করে পাই,
$2by = 0$
বা, $y = 0$
সুতরাং নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (b, 0)$

৬) $ax = 0$ এবং $a^2x + b^2y = b^3$ সমীকরণজোটের সমাধান কত?

ক) (a, b) খ) $(0, b^3)$ গ) $(0, b)$ ঘ) (a^2, b^2)

উত্তর: গ) $(0, b)$

ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে, $ax = 0 \ldots\ldots (i)$
এবং $a^2x + b^2y = b^3 \ldots\ldots (ii)$
সমীকরণ (1) থেকে পাই, $ax = 0$
বা, $x = 0$ $[\because a \neq 0]$
x এর মান সমীকরণ (2) এ বসিয়ে পাই,
$a^2.0 + b^2y = b^3$
বা, $b^2y = b^3$
বা, $y = \frac{b^3}{b^2} = b$
সুতরাং নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (0, b)$

৭) $x + 5y = 36$ ও $\frac{x+y}{x-y} = \frac{5}{3}$ সমীকরণের সমাধান নিচের কোনটি?

ক) $(4,16)$ খ) $(-4,-16)$ গ) $(16,4)$ ঘ) $(-4,16)$

উত্তর: গ) $(16,4)$

ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে, $x + 5y = 36 \ldots\ldots (1)$
$\frac{x+y}{x-y} = \frac{5}{3} \ldots\ldots (2)$
সমীকরণ (1) থেকে পাই, $x + 5y = 36$
বা, $x = 36 - 5y \ldots\ldots (3)$
সমীকরণ (2) এ x এর মান বসিয়ে পাই,
$\frac{36-5y+y}{36-5y-y} = \frac{5}{3}$
বা, $3(36 - 4y) = 5(36 - 6y)$
বা, $108 - 12y = 180 - 30y$
বা, $-12y + 30y = 180 - 108$
বা, $18y = 72$
$y = 4$
y এর মান সমীকরণ (3) এ বসিয়ে পাই,
$x = 36 - 5.4 = 36 - 20 = 16$
নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (16,4)$

৮) $\frac{p}{2}+\frac{q}{3}=1, \frac{p}{3}+\frac{q}{2}=1$ হলে, p ও q এর কোন সম্পর্কটি সঠিক?

ক) $p<q$ খ) $p>q$ গ) $p=q$ ঘ) $p \neq q$

উত্তর: গ) $p=q$

ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে, $\frac{p}{2}+\frac{q}{3}=1 \ldots \ldots (1)$

$\frac{p}{3}+\frac{q}{2}=1 \ldots \ldots (2)$

সুতরাং $\frac{p}{2}+\frac{q}{3}=\frac{p}{3}+\frac{q}{2}$

বা, $\frac{p}{2}-\frac{p}{3}=\frac{q}{2}-\frac{q}{3}$

বা, $\frac{3p-2p}{6}=\frac{3q-2q}{6}$

বা, $\frac{p}{6}=\frac{q}{6}$

$\therefore p=q$

৯) $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=2, 2x+3y=13$ হলে, $(x,y)=$ কত?

ক) $(2,3)$ খ) $(-2,-3)$ গ) $(3,2)$ ঘ) $(5,6)$

উত্তর: ক) $(2,3)$

ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে, $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=2$

বা, $\frac{3x+2y}{6}=2$

বা, $3x+2y=12 \ldots \ldots (1)$

এবং $2x+3y=13 \ldots \ldots (2)$

সমীকরণ (1) কে 3 এবং (2) কে 2 দ্বারা গুণ করে বিয়োগ করি,

$(9x+6y)-(4x+6y)=36-26$

বা, $9x+6y-4x-6y=10$

বা, $5x=10$

বা, $x=2$

x এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,

$3.2+2y=12$

বা, $2y=6$

বা, $y=3$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x,y)=(2,3)$

১০) নিচের কোনটি সরলরেখার সমীকরণ নির্দেশ করে?

ক) $3x-3y=0$ খ) $x^2+y^2=25$ গ) $xy=1$ ঘ) $ax^2+bx+c=0$

উত্তর: ক) $3x-3y=0$

১১) $x-2y=8$ ও $3x \neq 2y=4$ সমীকরণ জোটের x এর মান কত?

ক) -5 খ) -2 গ) 2 ঘ) 5

উত্তর: খ) -2

১২) কোনো সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের যোগফল ও পার্থক্য যথাক্রমে 9 ও 5 হলে সংখ্যাটি কত?

ক) 12 খ) 17 গ) 22 ঘ) 27

উত্তর: ঘ) 27

১৩) $x + y = 0$ এবং $x - y = 2$ সমীকরণজোটের সমাধান বিন্দু লেখচিত্রের কোন চতুর্ভাগে অবস্থিত?

ক) প্রথম খ) দ্বিতীয় গ) তৃতীয় ঘ) চতুর্থ

উত্তর: ঘ) চতুর্থ

ব্যাখ্যা: প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$x + y = 0 \ldots \ldots (1)$

$x - y = 2 \ldots \ldots (2)$

সমীকরণ (1) ও (2) যোগ করে পাই,

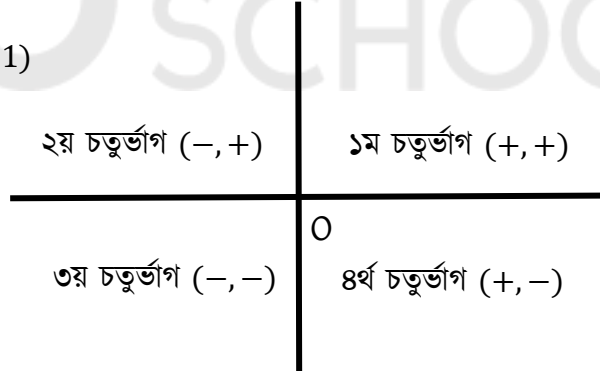
$2x = 2$

বা, $x = 1$

x এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,

$1 + y = 0$

বা, $y = -1$

সমাধান: $(x, y) = (1, -1)$

$(1, -1)$ বিন্দুটিতে যেহেতু x ধনাত্মক এবং y ঋণাত্মক। তাই এটি চতুর্থ চতুর্ভাগে অবস্থিত।

১৪) সরলরেখার লেখ নির্দিষ্ট করতে সর্বনিম্ন কতগুলো বিন্দু আবশ্যক?

ক) একটি খ) দুইটি গ) দুইয়ের অধিক ঘ) অসংখ্য

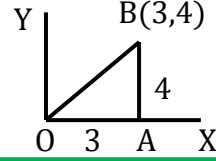
উত্তর: খ) দুইটি

ব্যাখ্যা: সরল সহসমীকরণের প্রত্যেকটির অসংখ্য সমাধান রয়েছে। প্রত্যেকটি সমীকরণের লেখ একটি সরলরেখা, সরলরেখাটির প্রত্যেকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক সমীকরণটিকে সিদ্ধ করে। কোনো লেখ নির্দিষ্ট করতে সর্বনিম্ন দুইটি বিন্দু নেওয়া আবশ্যক। উল্লেখ্য, বক্ররেখার ক্ষেত্রে তিন বা ততোধিক বিন্দু আবশ্যক। [বি.দ্র.: পাঠ্যবইয়ের প্রদানকৃত তথ্য ভুল]

১৫) একটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক (3,4) মূলবিন্দু হতে বিন্দুটির দূরত্ব কত?

ক) 25 খ) 16 গ) 9 ঘ) 5

উত্তর: ঘ) 5

ব্যাখ্যা: চিত্র অনুসারে মূলবিন্দু হতে বিন্দুটির দূরত্ব OB
পিথাগোরাসের সূত্রানুসারে,
$OB = \sqrt{OA^2 + AB^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$

১৬) কোন মান চারটি $x + 3y = 5$ সমীকরণটিকে সিদ্ধ করে?

ক) $(5,0), (1,-2)$ খ) $(2,1), (5,0)$

গ) $(2,1), (0,-5)$ ঘ) $(1,5), (0,2)$

উত্তর: খ) $(2,1), (5,0)$

ব্যাখ্যা: (ক) (5,0) বিন্দুর জন্য,
বামপক্ষ $= x + 3y$
$= 5 + 3.0 = 5 =$ ডানপক্ষ
$(1,-2)$ বিন্দুর জন্য,
বামপক্ষ $= x + 3y$
$= 1 + 3(-2) = 1 - 6 = -5 \neq$ ডানপক্ষ
অর্থাৎ (ক) সঠিক নয় ।
(খ) (2,1) বিন্দুর জন্য,
বামপক্ষ $= x + 3y$
$= 2 + 3 \times 1$
$= 5 =$ ডানপক্ষ
(5,0) বিন্দুর জন্য,
বামপক্ষ $= x + 3y$
$= 5 + 3.0 = 5 =$ ডানপক্ষ
অর্থাৎ (খ) $(2,1), (5,0)$ দ্বারা সমীকরণটি সিদ্ধ হয়।

১৭) কোন সমীকরণটি মূলবিন্দুগামী?

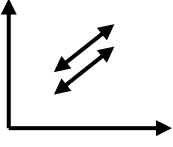
ক) $2x = 3y + 2$ খ) $x + 3y = 5$

গ) $3x = 8y + 2$ ঘ) $4x = 3y$

উত্তর: ঘ) $4x = 3y$

ব্যাখ্যা: মূলবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(0,0)$ এর জন্য (ঘ) এর সমীকরণটিই সিদ্ধ হয়।
$4x = 3y$
$4 \times 0 = 3 \times 0$
$0 = 0$
ঘ) সমীকরণটি মূলবিন্দুগামী

জেনে রাখা ভালো: যদি $ax + bx + c = 0$ কোনো একটি সরলরেখার সমীকরণ হয় এবং এটি মূলবিন্দু দিয়ে যায় তাহলে $(0, 0)$ বিন্দু এই সমীকরণে বসিয়ে আমরা পাই,
$a.0 + b.0 + c = 0$
$\therefore c = 0$
$\therefore$ মূলবিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ হবে, $ax + bx = 0$
সুতরাং যদি কোনো সরলরেখার সমীকরণে ধ্রুবক না থাকে বা শূন্য থাকে তাহলে আমরা একে মূলবিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ বলতে পারি।

১৮)

ওপরের লেখ দ্বারা নির্দেশিত সমীকরণজোটের সমাধান কীরূপ?

ক) কোনো সমাধান নেই
খ) অসংখ্য সমাধান আছে
গ) অনন্য সমাধান আছে
ঘ) দুইটি সমাধান আছে

উত্তর: ক) কোনো সমাধান নেই

ব্যাখ্যা: সমান্তরাল সরলরেখা দ্বারা নির্দেশিত সমীকরণজোটের কোনো সমাধান থাকে না কারণ তাদের ছেদ বিন্দু নাই।

১৯) x- অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ কোনটি?

ক) $y = 2$
খ) $x = 2$
গ) $x + y = 2$
ঘ) $x - y = 2$

উত্তর: ক) $y = 2$

২০) নিচের তথ্যগুলো লক্ষ্য কর:

i) $(2, -3)$ বিন্দুটি ৪র্থ চতুর্ভাগে অবস্থিত

ii) $(-1, -3)$ বিন্দুটি $y = 2x - 6$ এর লেখের উপর অবস্থিত

iii) $f(x) = x - 5$ ও $f(x) = 0$ হলে $x = 5$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i, ii
খ) i, iii
গ) ii, iii
ঘ) i, ii, iii

উত্তর: খ) i, iii

২১) $3x + 4y = 12$ সমীকরণটির ক্ষেত্রে

i) উভয় অক্ষগামী
ii) x-অক্ষের খন্ডিতাংশ 4
iii) y-অক্ষের খন্ডিতাংশ 3

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i, ii　　খ) i, iii　　গ) ii, iii　　ঘ) i, ii, iii

উত্তর: ঘ) i, ii, iii

২২) দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি 7 এবং গুণফল 12, হলে সংখ্যাটি কত?

ক) 34　　খ) 52　　গ) 61　　ঘ) 62

উত্তর: ক) 34

ব্যাখ্যা: একক স্থানীয় অঙ্ক x ও দশক স্থানীয় অঙ্ক y হলে-
শর্তানুসারে, সংখ্যাটি $= x + 10y$

$$x + y = 7 \dots\dots (1)$$

এবং $xy = 12 \dots\dots (2)$
বা, $x = \frac{12}{y}$
সমীকরণ (1) এ x এর মান বসিয়ে,
$\frac{12}{y} + y = 7$
বা, $\frac{12+y^2}{y} = 7$
বা, $y^2 + 12 = 7y$
বা, $y^2 - 7y + 12 = 0$
বা, $y^2 - 3y - 4y + 12 = 0$
বা, $y(y-3) - 4(y-3) = 0$
বা, $(y-3)(y-4) = 0$
বা, $y = 3,4$
$y = 3$ সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,

$x + 3 = 7$
বা, $x = 7 - 3 = 4$

সুতরাং সংখ্যাটি $= 4 + 10.3 = 34$
$y = 4$ সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,

$x + 4 = 7$
বা, $x = 7 - 4$
বা, $x = 3$

সুতরাং সংখ্যাটি $= 3 + (10 \times 4)$
$= 43$

২৩) x টি কলম y জনের মধ্যে প্রত্যেককে 5 টি করে বণ্টন করার পর 4 এটি কলম রয়ে গেলে, বণ্টন প্রক্রিয়াটি নিচের কোন সমীকরণ দ্বারা প্রকাশ করা যায়?

ক) $x = 4y + 5$　　খ) $x = 5y + 4$

গ) $5x = x + 4$　　ঘ) $y = 5x + 4$

উত্তর: খ) $x = 5y + 4$

ব্যাখ্যা: ধরি, মোট কলমের সংখ্যা $= x$
প্রত্যেকে 5 টি করে কলম পেলে y জনে পায় $= 5y$ টি কলম অবশিষ্ট থাকে 4টি অতএব, মোট কলম সংখ্যা $(5y + 4)$ টি
$\therefore x = 5y + 4$

২৪) যদি কোন বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 20% বৃদ্ধি পায় তবে ক্ষেত্রফল শতকরা কত ভাগ বৃদ্ধি পাবে?

ক) 36 খ) 44 গ) 72 ঘ) 80

উত্তর: খ) 44

ব্যাখ্যা: ধরি, বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈঘ্য x একক
$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= x^2$ বর্গ একক
আবার, 20% বৃদ্ধিতে বাহুর দৈর্ঘ্য $= x + x \times \frac{20}{100}$
$= x + \frac{x}{5}$
$= \frac{5x+x}{5} = \frac{6x}{5}$
$\therefore$ বৃদ্ধি প্রাপ্ত ক্ষেত্রফল $= \left(\frac{6x}{5}\right)^2 = \frac{36x^2}{25}$
$\therefore$ ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি $= \frac{36x^2}{25} - x^2 = \frac{36x^2-25x^2}{25} = \frac{11x^2}{25}$
$\therefore$ শতকরা ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি $= \frac{\frac{11x^2}{25}}{x^2} \times 100 = \frac{11}{25} \times 100 = 44\%$

২৫) একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ হলে, ক্ষেত্রফল কত গুণ হবে?

ক) 2 গুণ খ) 4 গুণ গ) 6 গুণ ঘ) 8 গুণ

উত্তর: খ) 4 গুণ

২৬) একটি বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য ও পরিসীমার অনুপাত কত?

ক) $1:2\sqrt{2}$ খ) $1:\sqrt{2}$ গ) $1:2$ ঘ) $1:4$

উত্তর: ক) $1:2\sqrt{2}$

২৭) (4,6) বিন্দুটি নিচের কোন সমীকরণের লেখচিত্রে অবস্থিত?

i) $3x + 2y = 24$ ii) $2x + 3y = 26$ iii) $3x + 5y = 16$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i, ii খ) i, iii গ) ii, iii ঘ) i, ii, iii

উত্তর: ক) i, ii

ব্যাখ্যা: যে বিন্দুর জন্য কোনো সমীকরণের বামপক্ষ = ডানপক্ষ হবে অর্থাৎ সমীকরণ সিদ্ধ হবে, সেই বিন্দুটি ঐ সমীকরণের লেখচিত্রের উপর অবস্থিত।

i) $3x + 2y = 24$
বা, $(3 \times 4) + (2 \times 6) = 24$
বা, $12 + 12 = 24$
বা, $24 = 24$
বামপক্ষ $=$ ডানপক্ষ;
(i) নং সঠিক।
ii) $2x + 3y = 26$
বা, $(2 \times 4) + (3 \times 6) = 26$
বা, $8 + 18 = 26$
বা, $26 = 26$
বামপক্ষ $=$ ডানপক্ষ;
(ii) নং সঠিক।
iii) $3x + 5y = 16$
বা, $(3 \times 4) + (5 \times 6) = 16$
বা, $12 + 30 = 16$
বা, $42 = 16$
বামপক্ষ $\neq$ ডানপক্ষ
(iii) নং সঠিক নয়।

২৮) $(x + y, 0) = (1, x - y)$ হলে,

i) $x + y = 1$ ii) $x = y$ iii) $x = 2^{-1}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i, ii খ) i, iii গ) ii, iii ঘ) i, ii, iii

উত্তর: ঘ) i, ii, iii

ব্যাখ্যা: $x + y = 1 \dots \dots (1)$
$x - y = 0 \dots \dots (2)$
সমীকরণ (1) ও (2) যোগ করে পাই,
$x + y + x - y = 1 + 0$
বা, $2x = 1$
বা, $x = \frac{1}{2}$
$\therefore x = 2^{-1}$
x এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,
$\frac{1}{2} + y = 1$
বা, $y = 1 - \frac{1}{2}$
$\therefore y = \frac{1}{2} = x$

২৯) $3x - 4y = 0, 2x - 3y + 1 = 0$ সমীকরণদ্বয়কে আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধানের ক্ষেত্রে-

i) $\frac{x}{-4+0} = \frac{y}{0-3} = \frac{1}{-9+8}$

ii) $\frac{x}{4} = \frac{y}{3} = \frac{1}{1}$

iii) $(x, y) = (4,3)$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i, ii　　খ) i, iii　　গ) ii, iii　　ঘ) i, ii, iii

উত্তর: ঘ) i, ii, iii

ব্যাখ্যা: $\frac{x}{-4\times1-(-3)\times0} = \frac{y}{0\times(-2)-3\times1} = \frac{1}{-3\times3-2\times(-4)}$

বা, $\frac{x}{-4+0} = \frac{y}{0-3} = \frac{1}{-9+8}$

বা, $\frac{x}{-4} = \frac{y}{-3} = \frac{1}{-1}$

বা, $\frac{x}{4} = \frac{y}{3} = \frac{1}{1}$

বা, $\frac{x}{4} = 1$　　এবং $\frac{y}{3} = 1$

বা, $x = 4$　　বা, $y = 3$

$\therefore (x, y) = (4,3)$

৩০) $y = 2x$ লেখচিত্রটি হলো-

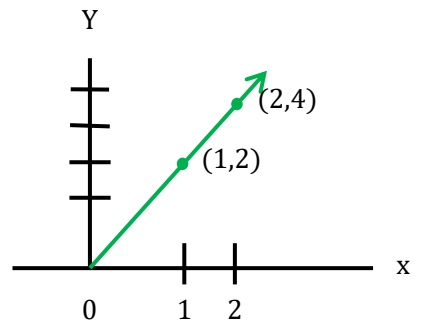
i) মূলবিন্দুগামী　　ii) অক্ষদ্বয়কে ছেদকারী　　iii) একটি সরলরেখা

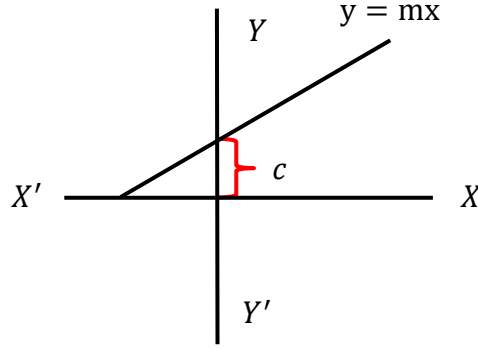
নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i, ii　　খ) i, iii　　গ) ii, iii　　ঘ) i, ii, iii

উত্তর: খ) i, iii

ব্যাখ্যা:

x	0	1	2
$y = 2x$	0	2	4
(x, y)	(0,0)	(1,2)	(2,4)

চিত্র হতে,
(i) সঠিক কারণ, রেখাটি মূলবিন্দুগামী
(ii) সঠিক নয় কারণ, রেখাটি অক্ষদ্বয়কে ছেদ করে না
(iii) সঠিক কারণ রেখাটি একটি সরলরেখা

জেনে রাখা ভালো: অক্ষদ্বয় ছেদকারি সরলরেখার সমীকরণ $y = mx + c$

৩১) $3x - 2y = 2 \dots \dots (1)$
$5x - 3y = 5 \dots \dots (2)$

i) (1) নং সরলরেখাটি মূল বিন্দুগামী

ii) (2) রেখা x অক্ষকে (1,0) বিন্দুতে ছেদ করে

iii) সমীকরণ জোটের সমাধান (4,5)

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i, ii　　খ) i, iii　　গ) ii, iii　　ঘ) i, ii, iii

উত্তর: গ) ii, iii

ব্যাখ্যা: (1) নং সরলরেখাটি হল $3x - 2y = 2$
সরলরেখাটি মূলবিন্দুগামী হলে (0,0) বিন্দু দ্বারা সমীকরণটি সিদ্ধ হবে
বামপক্ষ $= 3x - 2y$
$= 3.0 - 2.0 = 0 - 0 = 0 \neq 2$
বামপক্ষ $\neq$ ডানপক্ষ
অর্থাৎ (1) নং সরলরেখাটি মূলবিন্দুগামী নয়।
আবার,
(2) নং সরলরেখাটি হল $5x - 3y = 5$
কোন সরলরেখা x অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে সে বিন্দুতে $y = 0$
$y = 0$ সমীকরণ (2) এ বসিয়ে পাই, $5x - 3.0 = 5$
বা, $5x = 0 = 5$
বা, $5x = 5$
বা, $x = 1$
অর্থাৎ (2) নং রেখা x অক্ষকে $(1, 0)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

সমীকরণ (1) কে 3 দ্বারা গুণ করে পাই, $9x - 6y = 6 \dots\dots (3)$
সমীকরণ (2) কে 2 দ্বারা গুণ করে পাই, $10x - 6y = 10 \dots\dots (4)$
সমীকরণ (4) থেকে (3) বিয়োগ করে পাই,
$10x - 9x = 10 - 6$
বা, $x = 4$
x এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,
$3.4 - 2y = 2$
বা, $12 - 2y = 2$
বা, $-2y = 2 - 12$
বা, $-2y = -10$
বা, $y = 5$
$\therefore$ সমাধান $(x, y) = (4,5)$

৩২) স্রোতের অনুকূলে ও প্রতিকূলের বেগ যথাক্রমে 15 ও 5 কি.মি/ঘণ্টা এবং নৌকার বেগ x স্রোতের বেগ y হলে-

i) $x + y = 15$ ii) $x - y = 5$ iii) $x = 10, y = 5$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i, ii খ) i, iii গ) ii, iii ঘ) i, ii, iii

উত্তর: ঘ) i, ii, iii

ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে, নৌকার বেগ x এবং স্রোতের বেগ y
স্রোতের অনুকূলে নৌকার বেগ $= x + y = 15 \dots\dots (1)$
স্রোতের প্রতিকূলে নৌকার বেগ $= x - y = 5 \dots\dots (2)$
সমীকরণ (1) ও (2) যোগ করে পাই, $2x = 20$; বা, $x = 10$
x এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,
$10 + y = 15$
বা, $y = 15 - 10$
বা, $y = 5$
$\therefore x = 10, y = 5$

৩৩) নিচের তথ্যগুলো লক্ষ্য কর:

i) $y\%$ বৃদ্ধিতে x টাকার দ্রব্যের বর্তমান মূল্য $\left(x + \frac{xy}{100}\right)$ টাকা

ii) 120 টাকার $50\% = 300$ টাকার 20%

iii) $60\%x = 30\%y$ হলে, $x = y$ এর 50%

নিচের কোনটি সঠিক?

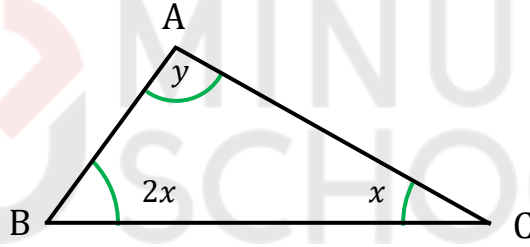
ক) i, ii খ) i, iii গ) ii, iii ঘ) i, ii, iii

উত্তর: ঘ) i, ii, iii

ব্যাখ্যা: i) $y\%$ বৃদ্ধিতে x টাকার দ্রব্যের বর্তমান মূল্য $= x + x$ এর $y\%$
$= x + \frac{xy}{100}$; যা সঠিক।

ii) 120 টাকার 50% $= 120 \times \frac{50}{100} = 60$ টাকা
300 টাকার 20% $= 300 \times \frac{20}{100} = 60$ টাকা
$\therefore$ 120 টাকার 50% $=$ 300 টাকার 20%; যা সঠিক।

iii) $60\%x = 30\%y$
$\Rightarrow x \times \frac{60}{100} = y \times \frac{30}{100}$
$\Rightarrow 2x = y$
$\Rightarrow x = \frac{1}{2}y$
$\Rightarrow x = y \times \frac{50}{2\times50}$ [লব ও হরকে 50 দ্বারা গুণ করে]
$\Rightarrow x = y \times \frac{50}{100}$
$\Rightarrow x = y$ এর 50%; যা সঠিক।

৩৪)

ΔABC এ $\angle A = \angle B + \angle C$ হলে,

i) $y = 3x$ ii) $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ iii) $\angle B = 60°$ এবং $\angle C = 30°$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i, ii খ) i, iii গ) ii, iii ঘ) i, ii, iii

উত্তর: ঘ) i, ii, iii

ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে, $\angle A = \angle B + \angle C$
বা, $y = x + 2x$ বা, $y = 3x$
ΔABC এ $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$
বা, $3x + x + 2x = 180°$
বা, $6x = 180°$
বা, $x = 30°$
$\therefore \angle B = 60°$ এবং $\angle C = 30°$

৩৫) নিচের তথ্যগুলো লক্ষ্য কর:

i) $x + y = 0$ সমীকরণের লেখচিত্রে মূলবিন্দুগামী

ii) $x - 5y + 10 = 0$ সমীকরণের লেখচিত্রে $(-10,0)$ বিন্দুগামী

iii) $x + 2y = 6$ সমীকরণটির লেখচিত্র বক্ররেখা নির্দেশ করে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i, ii খ) i, iii গ) ii, iii ঘ) i, ii, iii

উত্তর: ক) i, ii

নিচের তথ্যের আলোকে ৩৬ ও ৩৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$2x - 2y = 9; 4x - 6y = 18$

৩৬) সমীকরণ জোটটির প্রকৃতি কী?

ক) অনির্ভরশীল খ) নির্ভরশীল গ) অসমঞ্জস ঘ) ক ও খ

উত্তর: ক) অনির্ভরশীল

ব্যাখ্যা: প্রদত্ত সমীকরণজোট $2x - 2y = 9$

$$4x - 6y = 18$$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{-2}{-6} = \frac{1}{3}$

$\therefore \frac{1}{2} \neq \frac{1}{3}$

$\therefore$ প্রদত্ত সমীকরণজোট সমঞ্জস ও অনির্ভরশীল। একটি মাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

৩৭) সমীকরণ জোটটির সমাধান সংখ্যা-

ক) অসংখ্য খ) অনন্য গ) সমাধান নেই ঘ) সমাধান শূন্য/ফাঁকা

উত্তর: খ) অনন্য

নিচের তথ্যের আলোকে ৩৮ ও ৩৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$2x - y = 2; x + y = 1$

৩৮) সমীকরণ জোটটির ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক?

ক) এটি অসঙ্গতিপূর্ণ খ) পরস্পর নির্ভরশীল

গ) একটি মাত্র (অনন্য) সমাধান আছে ঘ) অসংখ্য সমাধান আছে

উত্তর: গ) একটি মাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

ব্যাখ্যা: প্রদত্ত সমীকরণজোট $2x - y = 2$

$$x + y = 1$$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{2}{1} = 1$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{-1}{1} = -1$

$\therefore \frac{2}{1} \neq \frac{-1}{1}$

$\therefore$ একটি মাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

৩৯) সমীকরণজোটের সমাধান কোনটি?

ক) $(1, 0)$ খ) $(2,3)$ গ) $(-3, 0)$ ঘ) $(12, 13)$

উত্তর: ক) $(1, 0)$

ব্যাখ্যা: প্রদত্ত সমীকরণদ্বয় $2x - y = 2 \dots\dots (1)$

$x + y = 1 \dots\dots (2)$

সমীকরণদ্বয় যোগ করে পাই,
$2x - y + x + y = 2 + 1$
বা, $3x = 3$
বা, $x = 1$
x এর মান সমীকরণ (2) এ বসিয়ে পাই,
$1 + y = 1$
বা, $y = 1 - 1$
বা, $y = 0$
সমীকরণ জোটটির সমাধান $(x, y) = (1,0)$

নিচের তথ্যের আলোকে ৪০ ও ৪১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2 \dots\dots (i)$
$ax + by = a^2 + b^2 \dots\dots (ii)$

৪০) (i) নং সমীকরণের সরলমান নিচের কোনটি?

ক) $bx + ay = 2ab$ খ) $ax + by = 2ab$

গ) $bx + ay = a^2 + b^2$ ঘ) $ax + by = a^2 + b^2$

উত্তর: ক) $bx + ay = 2ab$

ব্যাখ্যা: (i) নং সমীকরণ থেকে পাই, $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$

$\Rightarrow \frac{bx+ay}{ab} = 2$
$\Rightarrow bx + ay = 2ab$

৪১) সমীকরণজোটের সমাধান কোনটি?

ক) (a, b) খ) $(-a, -b)$ গ) (b, a) ঘ) $(-b, -a)$

উত্তর: ক) (a, b)

ব্যাখ্যা: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$

$\Rightarrow \frac{x}{a} = 2 - \frac{y}{b}$

$\Rightarrow x = a\left(2 - \frac{y}{b}\right) \ldots\ldots (iii)$

x এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$a \times a\left(2 - \frac{y}{b}\right) + by = a^2 + b^2$

$\Rightarrow a^2\left(2 - \frac{y}{b}\right) + by = a^2 + b^2$

$\Rightarrow 2a^2 - \frac{ya^2}{b} + by = a^2 + b^2$

$\Rightarrow by - \frac{ya^2}{b} = a^2 + b^2 - 2a^2$

$\Rightarrow \frac{b^2y - ya^2}{b} = b^2 - a^2$

$\Rightarrow y(b^2 - a^2) = b(b^2 - a^2)$

$\Rightarrow y = \frac{b(b^2 - a^2)}{(b^2 - a^2)}$

$\Rightarrow y = b$

y এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$x = a\left(2 - \frac{b}{b}\right)$

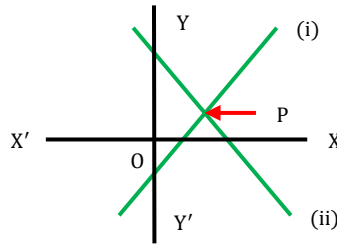
$\Rightarrow x = a(2 - 1)$

$\Rightarrow x = a$

সমাধান $(x, y) = (a, b)$

নিচের তথ্যের আলোকে ৪২ ও ৪৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$2x - y = 1 \ldots\ldots (i)$

$5x + y = 13 \ldots\ldots (ii)$

৪২) সমীকরণজোটের সমাধান কোনটি?

ক) $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ খ) $\left(0, \frac{3}{2}\right)$ গ) $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ ঘ) $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$

উত্তর: ঘ) $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$

ব্যাখ্যা: x অক্ষকে ছেদ করলে ছেদবিন্দুতে $y = 0$

(i) নং সমীকরণটি তে $y = 0$ বসিয়ে পাই,

$2x - 0 = 1$

বা, $2x = 1$

বা, $x = \frac{1}{2}$
সুতরাং বিন্দুটি $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$

৪৩) (ii) নং সমীকরণটি y অক্ষকে কোন বিন্দুতে ছেদ করে?

ক) $(0, -13)$ খ) $(0,13)$ গ) $(13, 0)$ ঘ) $(-13, 0)$

উত্তর: খ) $(0,13)$

ব্যাখ্যা: y অক্ষকে ছেদ করলে ছেদবিন্দুতে $x = 0$
(ii) নং সমীকরণটি তে $x = 0$ বসিয়ে পাই, $0 + y = 13$
বা, $y = 13$
সুতরাং বিন্দুটি $(0,13)$

নিচের তথ্যের আলোকে ৪৪ ও ৪৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$
$x + \frac{y}{6} = 3$ সমীকরণ জোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল।

৪৪) কোন বিন্দুটি প্রথম সমীকরণকে সিদ্ধ করে?

ক) $(1, 12)$ খ) $(3,0)$ গ) $(3, 6)$ ঘ) $(4, 3)$

উত্তর: ঘ) $(4, 3)$

ব্যাখ্যা: প্রথম সমীকরণ $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$
(ক) $(1, 12)$ এর জন্য বামপক্ষ $= \frac{1}{2} + \frac{12}{3} = \frac{1}{2} + 4 = \frac{1+8}{2} = \frac{9}{2} \neq 3 \neq$ ডানপক্ষ
(খ) $(3,0)$ এর জন্য বামপক্ষ $= \frac{3}{2} + \frac{0}{3} = \frac{3}{2} \neq 3 \neq$ ডানপক্ষ
(গ) $(3,6)$ এর জন্য বামপক্ষ $= \frac{3}{2} + \frac{6}{3} = \frac{3}{2} + 2 = \frac{3+4}{2} = \frac{7}{2} \neq 3 \neq$ ডানপক্ষ
(ঘ) $(4, 3)$ এর জন্য বামপক্ষ $= \frac{4}{2} + \frac{3}{3} = 2 + 1 = 3 =$ ডানপক্ষ
$\therefore$ (ঘ) $(4, 3)$ বিন্দুটি সমীকরণ সিদ্ধ করে।

৪৫) (ii) নং সমীকরণটি x অক্ষকে কোন বিন্দুতে ছেদ করে?

ক) $(3, 0)$ খ) $(-3, 0)$ গ) $(0,3)$ ঘ) $(0, -3)$

উত্তর: ক) $(3, 0)$

ব্যাখ্যা: x অক্ষকে ছেদ করলে ছেদবিন্দুতে $y = 0$
(ii) নং সমীকরণটি তে $y = 0$ বসিয়ে পাই, $x + \frac{0}{6} = 3$
বা, $x = 3$
সুতরাং বিন্দুটি $(3, 0)$
$\therefore$ (ii) নং সমীকরণটি x অক্ষকে $(3, 0)$ বিন্দুতে ছেদ করে

নিচের তথ্যের আলোকে ৪৬ ও ৪৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

পিতার বয়স তার দুই ছেলের বয়সের সমষ্টির 4 গুণ। এখানে পিতার বয়স x ও দুই ছেলের বয়সের সমষ্টি y

৪৬) শর্তানুসারে কোনটি সঠিক?

ক) $x = x + y$ খ) $x = 4y$ গ) $4x = y$ ঘ) $x = 4(x + y)$

উত্তর: খ) $x = 4y$

ব্যাখ্যা: শর্তানুসারে, পিতার বয়স $= 4 \times$ দুই ছেলের বয়সের সমষ্টি
বা, $x = 4y$

৪৭) দুই ছেলের বয়সের সমষ্টি 12 বছর হলে, পিতার বয়স কত?

ক) 40 বছর খ) 36 বছর গ) 48 বছর ঘ) 50 বছর

উত্তর: গ) 48 বছর

ব্যাখ্যা: পিতার বয়স $= 4 \times$ দুই ছেলের বয়সের সমষ্টি $= 4 \times 12 = 48$

নিচের তথ্যের আলোকে ৪৮-৫০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

ABC ত্রিভুজে $\angle B = 6x$ ডিগ্রি, $\angle C = 5x$ ডিগ্রি, $\angle A = y$ ডিগ্রি এবং $6\angle A = 7\angle B$

৪৮) x এর মান কত ডিগ্রি?

ক) 8 খ) 10 গ) 15 ঘ) 20

উত্তর: খ) 10

ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে, $6\angle A = 7\angle B$
বা, $6y = 7 \times 6x$
$\therefore y = 7x$
এখানে, $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$
বা, $y + 6x + 5x = 180°$
বা, $7x + 11x = 180°$
বা, $18x = 180°$
$\therefore x = 10°$

৪৯) y এর মান কত ডিগ্রি?

ক) 70 খ) 60 গ) 50 ঘ) 40

উত্তর: ক) 70

ব্যাখ্যা: $y = 7x = 7 \times 10° = 70°$

৫০) $\angle B =$ কত ডিগ্রি?

ক) 110 খ) 100 গ) 90 ঘ) 60

উত্তর: ঘ) 60

ব্যাখ্যা: $\angle B = 6x = 6 \times 10° = 60°$

CALCULATOR TRICKS:

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে সমীকরণের মান নির্ণয়:

$7x - 8y = -9$
$12x + 6y = 9$

ধাপ-১: প্রথমেই ক্যালকুলেটরকে Equation mode এ নিতে হবে।
$\rightarrow$ এজন্য তিনবার MODE চেপে তারপর 1 চাপতে হবে এবং অজানা চলক ২ টি (x, y) বলে 2 চাপতে হবে।

ধাপ-২: তারপর ১ম ও ২য় সমীকরণদ্বয়ের x ও y এর সহগদ্বয়ের মান বসাতে হবে।
$\rightarrow$ এজন্য যখন ক্যালকুলেটর স্ক্রীনে $a1?$ আসবে তখন ১ম সমীকরণের x এর সহগ বসিয়ে $=$ চাপতে হবে আবার $b1?$ আসবে তখন y এর সহগ বসিয়ে $=$ চাপতে হবে এবং $c1?$ আসবে তখন ধ্রুবক পদের মান বসাতে হবে। আবার, একইভাবে ২য় সমীকরণের জন্যেও $a2?, b2?$ ও $c2?$ আসলে x, y সহগ এবং ধ্রুবক পদ বসাতে হবে।

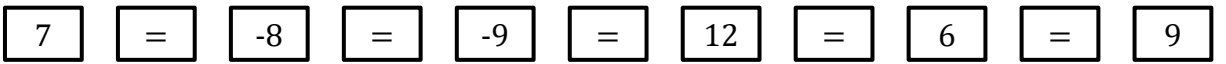
ধাপ-৩: এরপর $=$ চিহ্ন চাপলে ক্যালকুলেটর স্ক্রীনে $x =$ (যেকোনো মান) $y =$ (যেকোনো মান) মানদ্বয় দেখাবে, যা নির্ণেয় সমীকরণদ্বয়ের সমাধান হবে। এখন, **উপরের সমীকরণদ্বয়ের জন্য,**

ধাপ-১:

MODE	MODE	MODE	1	2

[তিনবার MODE চাপ হয়েছে এবং তারপর 1 চেপে 2 চাপা হয়েছে কারণ অজানা চলক 2 টি (x, y)]

ধাপ-২:

7	=	-8	=	-9	=	12	=	6	=	9

[ক্রমাগতভাবে ১ম ও ২য় সমীকরণদ্বয়ের সহগের মান ও ধ্রুবকের মান বসিয়ে $=$ চাপা হয়েছে।]

ধাপ-৩:

=	$x = \frac{3}{23}$
=	$y = \frac{57}{46}$

} (স্ক্রীনে দেখাবে)

সূত্রাবলী

$$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$